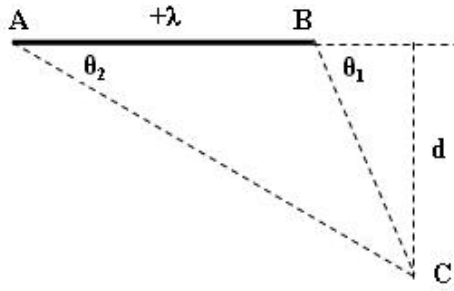


الكهرباء

- التمرين 01 : (8)

خطية منتظمة و موجبة + $AB = a$ قطعة مستقيمة أفقية طولها $AB = a$
يساوي d AC BC يصنعان الزاويتين 1 2 حيث

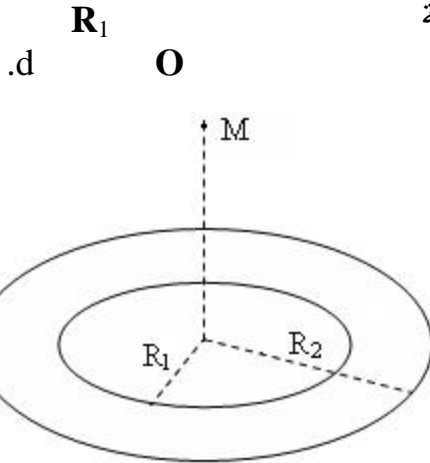
1- أحسب المركبتين العنصريتين للحقل الكهربائي : $d\vec{E}_x(C)$ $d\vec{E}_y(C)$
2- C و حدد اتجاهه



3- حدد قيمة الزاويتين و قيمة مركبتي الحقل في حالة C :
- المستقيمة AB يمين النقطة B
- المستقيمة
4- أستنتج قيمة الحقل في حالة سلك أفقي لا منتهي عند نقطة d

- التمرين 02 : (8)

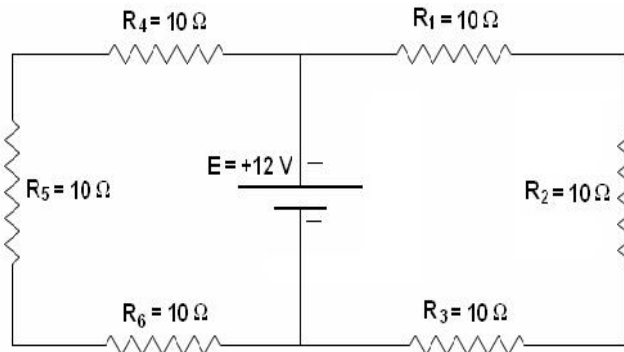
حية منتظمة و موجبة



- حسب الكمون الكهروساكن الناتج عند
- أستنتج الحقل الكهروساكن
- أستنتج حالة المستوي اللامنتهي
- ليكن لدينا المستويان الأفقيان و المتوازيان حيث
- المسافة بينهما، أستنتج قيمة الحقل في مختلف

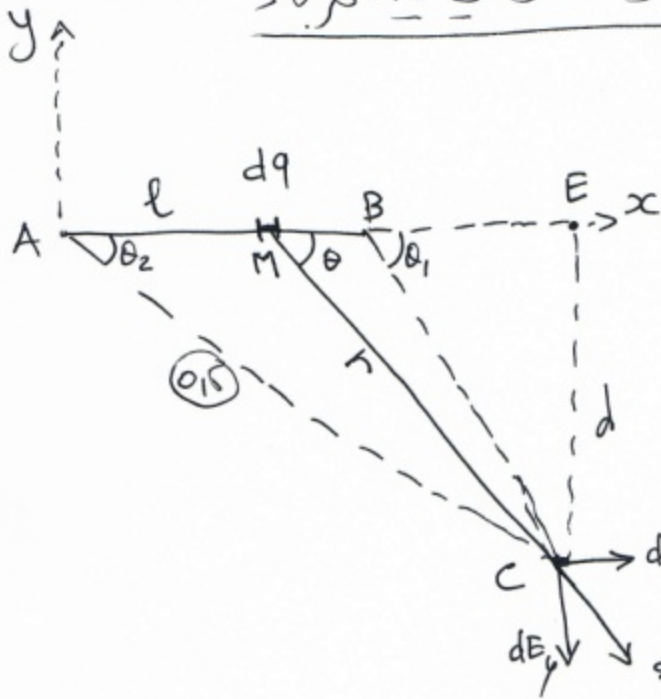
- التمرين 0 : ()

لتكن الدارة الكهربائية المبينة في الشكل أسفلا ، كل المقاومات متساوية و المولد الكهربائي يملك مقاومة داخلية قيمتها $R_{int} = 5$.



- حدد مختلف التيارات التي تمر في الدارة
- نظريا معادلات كيرشوف له
ثم اختزلها إلى معادلتين خطيتين فقط.
- لك نظريا ثم عدديا التيارات

حل الامتحان الاستدراكي في الكهرباء



- التمرين 01 :-

1- حساب $dE_x(c)$ و $dE_y(c)$

الحقل العنصري :

$$\textcircled{01} \left\{ \begin{aligned} d\vec{E}(c) &= K \cdot \frac{dq}{r^2} \vec{U}_r \end{aligned} \right\} *$$

$$\vec{U}_r = \cos\theta \vec{i} - \sin\theta \vec{j} *$$

$$dq = \lambda dl. *$$

$$l = AE - ME, \quad ME = \frac{d}{\tan\theta}, \quad AE = ctg\theta \quad \textcircled{1} *$$

$$dl = \frac{d}{\sin^2\theta} \cdot d\theta, \quad r = \frac{d}{\sin\theta} *$$

$$\textcircled{01} \left\{ \begin{aligned} dE_x &= \frac{K\lambda}{d} \cos\theta d\theta \\ dE_y &= -\frac{K\lambda}{d} \sin\theta d\theta \end{aligned} \right\} *$$

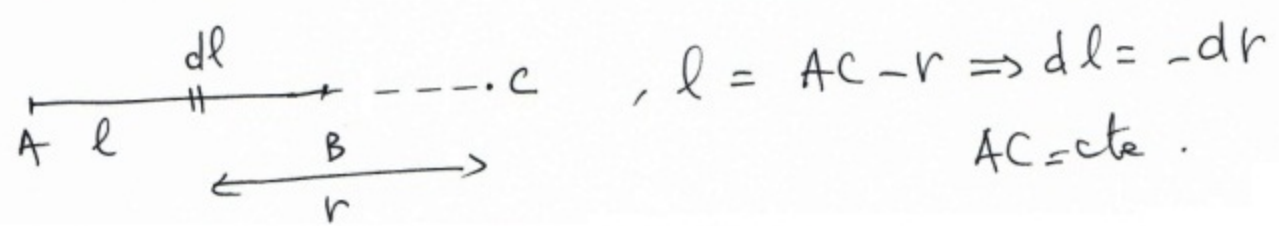
2- حساب مركبتي الحقل المحصل:

$$\textcircled{1} E_x = \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{K\lambda}{d} \cos\theta d\theta = \frac{K\lambda}{d} [\sin\theta_1 - \sin\theta_2] > 0 *$$

$$\textcircled{1} E_y = -\int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{K\lambda}{d} \sin\theta d\theta = \frac{K\lambda}{d} [\cos\theta_1 - \cos\theta_2] < 0 *$$

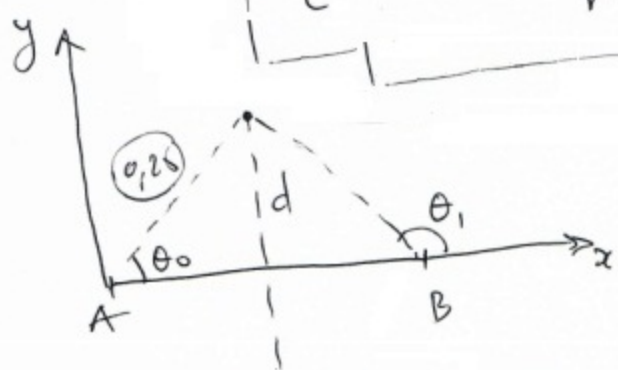
(2)

3- تقع على امتداد AB على اليمين، لا يمكن حلها بالهلاقة السابقة لعدم التعيين، لكن نجد ما سيحولة من الشكل



$$d\vec{E} = K \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{i} = -K \frac{\lambda dr}{r^2} \vec{i}$$

$$E_c = E_x = K \frac{\lambda}{r} \Big|_{A_c}^{B_c} = K \lambda \left[\frac{1}{B_c} - \frac{1}{A_c} \right] \quad (1)$$



* النقطة C تقع على محور التناظر

لدينا : $\theta_1 = \pi - \theta_2$ (0,25)
 $\tan \theta_2 = \frac{d}{\frac{a}{2}} = \frac{2d}{a}$ و

من الهلاقة الأولى نجد

(0,5) $E_x = 0$
 $E_y = \frac{K \lambda a}{d \sqrt{d^2 + (\frac{a}{2})^2}}$

$\theta_1 = \pi$

(0,5)

*4 في حالة سلك لامنتهي : $\theta_2 = 0$

$E_y = -\frac{2K\lambda}{d}$ (0,25)

$E_x = 0$ (0,25)

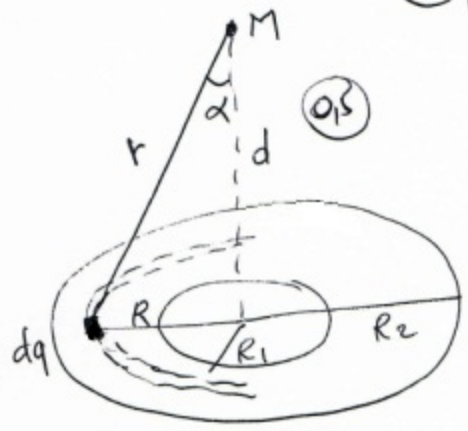
3

التمرين 02 :- لدينا

0,5 $dV = K \frac{\sigma ds}{r} + C$

$ds = R \cdot dR \cdot d\theta$ *

$r^2 = R^2 + d^2$ *



0,5 $dV = K \sigma d\theta R \cdot dR + C$

0,5 $\Rightarrow V = \int_0^{2\pi} d\theta \int_{R_1}^{R_2} \frac{K \sigma R dR}{\sqrt{R^2 + d^2}} + C$

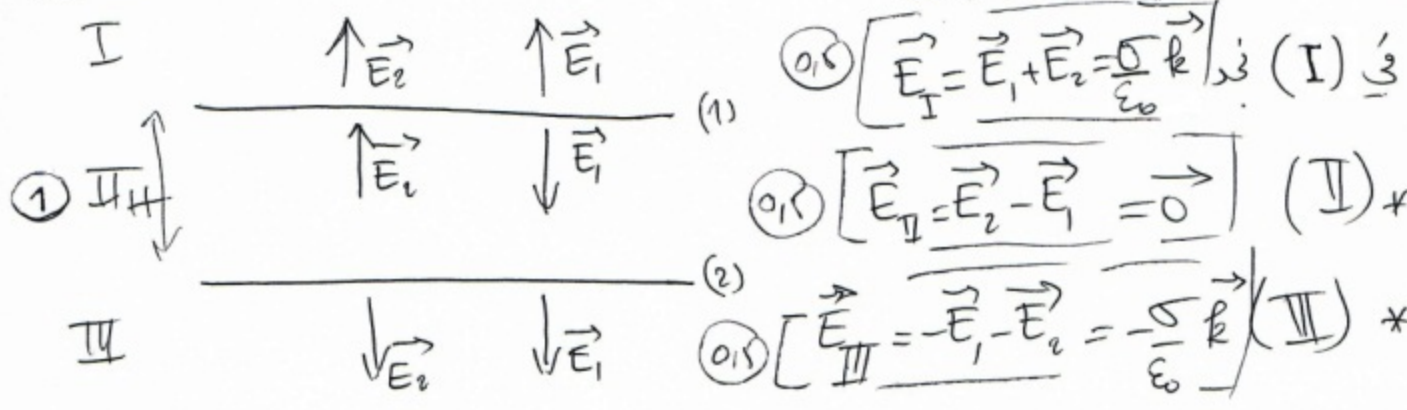
0,5 $V = 2\pi K \sigma \left[\sqrt{R_2^2 + d^2} - \sqrt{R_1^2 + d^2} \right] + C$ *

حساب الجهد :- لدينا $\vec{E} = -\text{grad } V = -\frac{dV}{dd} \vec{k}$ 0,5

0,5 $\Rightarrow \vec{E} = 2\pi K \sigma d \left[\frac{1}{\sqrt{R_1^2 + d^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_2^2 + d^2}} \right] \vec{k}$ ① *

حالة المستوى اللانهائي :- $R_1 = 0, R_2 \rightarrow \infty$ 0,5 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 0,5

حالة مستويين متوازيين



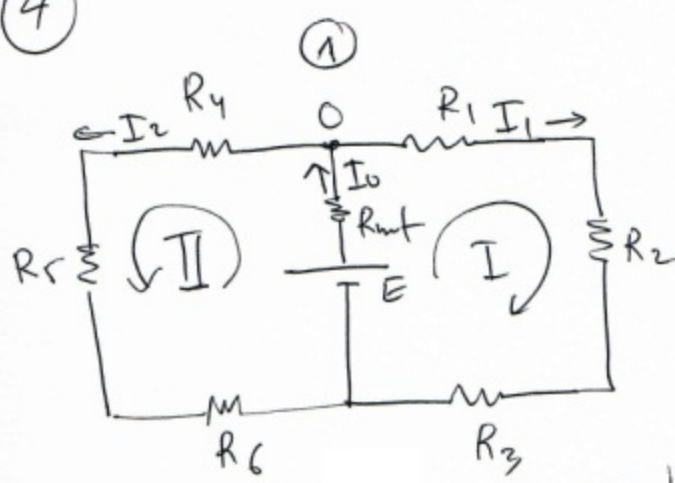
0,5 في (I) نجد $\vec{E}_I = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{k}$

0,5 $\vec{E}_{II} = \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \vec{0}$ (II) *

0,5 $\vec{E}_{III} = -\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{k}$ (III) *

4

- التمرين 03 :-



- الدارة (I)

$$(R_1 + R_2 + R_3) I_1 - E + R_{int} I_0 = 0 \quad (0,5)$$

- الدارة (II)

$$(R_4 + R_5 + R_6) I_2 - E + R_{int} I_0 = 0 \quad (0,5)$$

العقدة "O" : $I_0 = I_1 + I_2$ (0,5) نفرض في المعادلتين I و II

$$(R_1 + R_2 + R_3 + R_{int}) I_1 + R_{int} I_2 = E \quad (I) - (2)$$

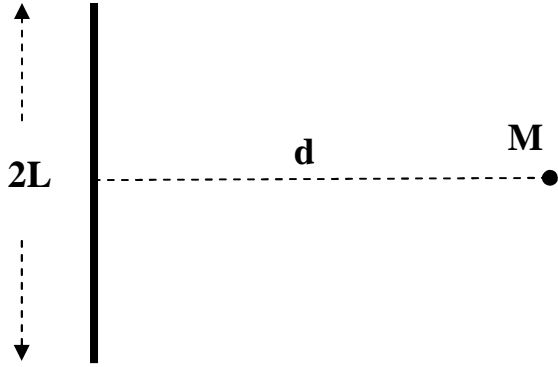
$$R_{int} I_1 + (R_4 + R_5 + R_6 + R_{int}) I_2 = E \quad (II)$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E & R_{int} \\ E & R_4 + R_5 + R_6 + R_{int} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 + R_3 + R_{int} & R_{int} \\ R_{int} & R_4 + R_5 + R_6 + R_{int} \end{vmatrix}} = \frac{3}{10} A. \quad - (3)$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 + R_3 + R_{int} & E \\ R_{int} & E \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{3}{10} A.$$

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} A$$

الكهربا



- التمرين 01: (05)

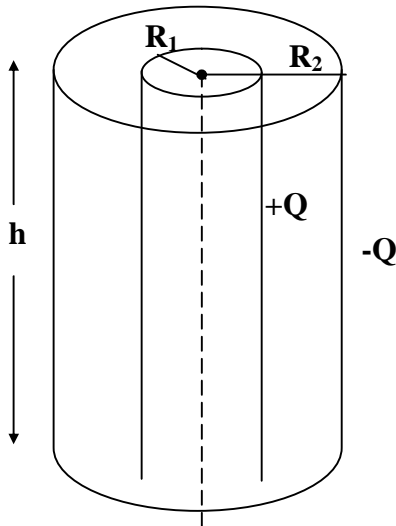
قطعة مستقيمة طولها $2L$ وضعها شاقولي وزعنا عليها بطريقة منتظمة شحنة كهربائية Q .

- 1- أحسب قيمة كثافة توزيع
- 2- باستعمال خواص التناظر لهذه الجملة ، حدد اتجاه الحقل الكهربائي عند نقطة M تقع على محور هذه القطع عنها بالمسافة d .

3- نعتبر هذا

الحقل الكهربائي العنصري

$$\begin{matrix} dEx & Ey \\ dEy & Ex \end{matrix} \quad -4$$

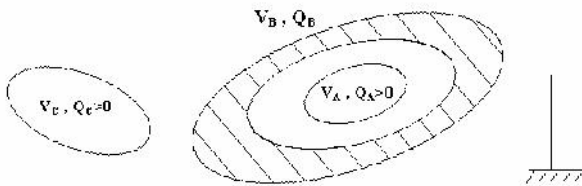


- التمرين 10: (10)

أسطوانيان متداخلان يملكان
الأسطوانة الداخلية نصف قطرها R_1 و شحنتها $Q_1 = +Q$
والخارجية نصف قطرها R_2 و شحنتها $Q_2 = -Q$
ارتفاعهما h كبير جداً (يمكن اعتباره لا منتهي).

باستعمال نظرية غوس ، أحسب :

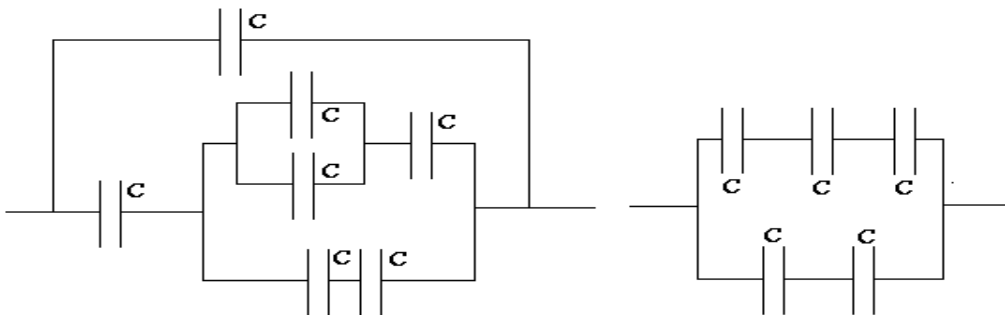
- 1- الحقل الكهربائي في مختلف المناطق
- 2- تجوال الحقل الكهربائي بين $r = R_1$ و $r = R_2$
- 3- الكهربائية للمكثفة الأسطوانية.



- التمرين 03: (05)

يمثل تجربة مفعول الحاجز الكهربائي :
أشرح بإيجاز هذه الظاهرة و حدد الناقل الذي يقوم بهذا
ثم مثل على الرسم توزيع الشحنات و خطوط الحقل
بين هذه النواقل و الوسط المحيط بها

- أحسب سعة المكثفة المكافئة في حالة التركيبين التاليين :



1

حل الامتحان الاستدراكي للكهرباء

- التمرين 01 :-

1- حساب كثافة الشحنة :

2- نتيجة تناظر الجملة، كل شحنة

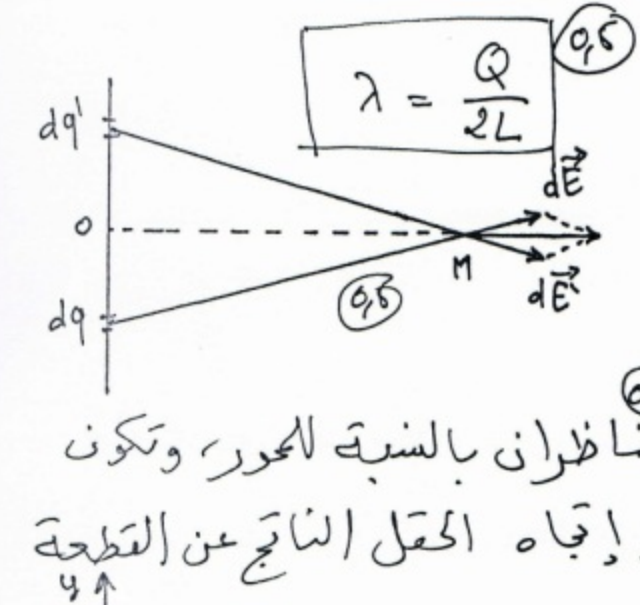
عنصرية dq تلك شحنة عنصرية

dq مناظرة لها بالنسبة للمحور

القطان النامشان $d\vec{E}$ و $d\vec{E}'$ متناظران بالنسبة للمحور وتكون

محطتها محوله بهذا المحور وهو اتجاه الحقل الناتج عن القطعة

3- حساب الحقل العنصري :



$$d\vec{E}(M) = K \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r \quad (0,5)$$

$$dq = \lambda dy \quad \vec{u}_r = \frac{\vec{PM}}{\|\vec{PM}\|} \quad r = \|\vec{PM}\|$$

$$dE_y = K \frac{\lambda dy}{r^2} \sin\theta \quad \text{و} \quad dE_x = K \frac{\lambda dy}{r^2} \cos\theta \quad \Leftrightarrow \vec{u}_r = \cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}$$

$$dy = d \frac{d\theta}{\cos^2\theta} \Leftrightarrow \tan\theta = \frac{y}{d} \quad \text{و} \quad r = \frac{d}{\cos\theta} \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{d}{r}$$

$$dE_y = \frac{K\lambda}{d} \sin\theta d\theta \quad (0,5)$$

$$dE_x = \frac{K\lambda}{d} \cos\theta d\theta \quad \text{و} \quad (0,5)$$

4- حساب الحقل المحصل: الزاوية تتغير بين θ_1 و $\theta_2 = -\theta_1$

$$E_x = \left(\frac{K\lambda}{d}\right) [\sin\theta_2 - \sin\theta_1] = 2 \frac{K\lambda}{d} \frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} \quad (0,25)$$

$$E_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{K\lambda}{d} \cos\theta d\theta \quad (0,25)$$

$$E_y = -\left(\frac{K\lambda}{d}\right) [\cos\theta_2 - \cos\theta_1] = 0 \quad (0,25)$$

$$E_y = \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{K\lambda}{d} \sin\theta d\theta \quad (0,25)$$

- التمرين 02 :-

1- حساب الحقل الكهربائي :-

(1)

- اختيار سطح قوس :- نتيجة التناظر الأسطواني للحلقة فإن سطح قوس هو أسطوانة لها نفس المحور (Δ) ونصف قطرها r مستقيم وارتفاعها كفي H .
- لدينا ثلاثة مناطق مختلفة :

- * المنطقة (I) : $r < R_1$ (داخل الأسطوانة الداخلية) (020)
- * " (II) : $R_2 \geq r \geq R_1$ (ما بين الأسطوانتين) (021)
- * " (III) : $r > R_2$ (خارج الأسطوانة الخارجية) (022)

- تحديد كثافة توزيع الشحنة :

* الأسطوانة الداخلية :

(03)
$$\sigma_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{Q}{2\pi R_1 h}$$

* الخارجية :

(04)
$$\sigma_2 = -\frac{Q}{S_2} = \frac{-Q}{2\pi R_2 h}$$

- حساب الحقل : حسب قانون قوس لدينا :

(05)
$$\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

* المنطقة (I) : $Q_{\text{int I}} = 0 \Leftrightarrow E_I = 0$ (1)

* المنطقة (II) : $Q_{\text{int II}} = \sigma_1 \cdot S_1(H) \Leftrightarrow Q_{\text{int II}} = \frac{Q}{h} \cdot H$ (06)

$$\Phi_{\text{II}} = E_{\text{II}} \cdot S_{\text{II}} = E_{\text{II}} \cdot 2\pi H r$$

(1)
$$E_{\text{II}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 h} \frac{Q}{r}$$

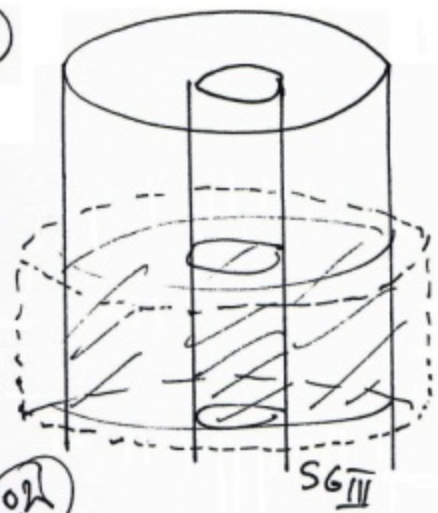
* المنطقة (III) : $Q_{\text{int III}} = \sigma_1 S_1(H) + \sigma_2 S_2(H)$

$$= \frac{Q}{2\pi h R_1} \cdot 2\pi H R_1 - \frac{Q}{2\pi h R_2} \cdot 2\pi H R_2$$

(05)
$$E_{\text{III}} = 0$$

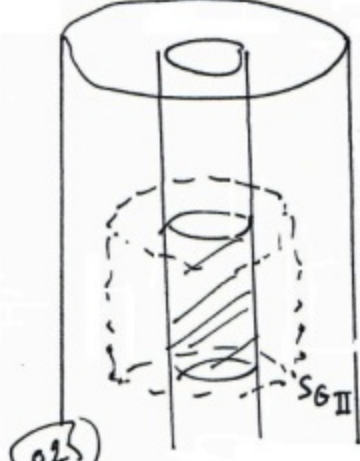
(07)
$$Q_{\text{int III}} = Q \left[\frac{H}{R_1} - \frac{H}{R_2} \right] = 0$$

3



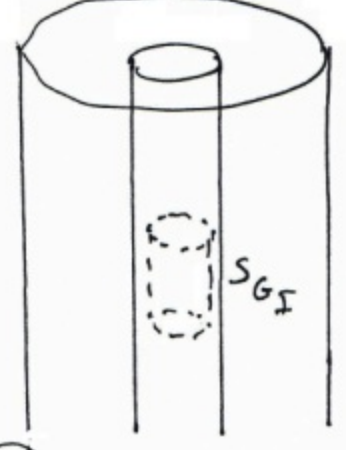
0,21

المنطقة (III)



0,23

المنطقة (II)



0,25

المنطقة (I)

2- حساب جوال الحقل الكهربائي ::

0,15

في المنطقة (II)، الحقل هو E_{II} ، لدينا $dE = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_{II} \cdot dr$

0,21

$$\int_{R_1 \rightarrow R_2} E_{II} \cdot dr = - \int_{V_1}^{V_2} dV = [V_1 - V_2] = \Delta V \Leftrightarrow dE = -dV$$

0,15

$$\int_{R_1 \rightarrow R_2} E_{II} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 h} \ln \frac{R_2}{R_1} \Leftrightarrow \int_{R_1 \rightarrow R_2} E_{II} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2\pi\epsilon_0 h} \frac{Q}{r} dr$$

3- حساب السعة الكهربائية للمكثف ::

0,15

حسب التعريف لدينا $Q = C \Delta V$ ، من العلاقة السابقة

0,15

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

- التمرين 03 :-

1- الناقل الذي يلعب دور الحاجز الكهربائي (écran) هو الناقل (B) المتوصل بالأرض حيث يصبح كونه $(V_B = 0)$ ، تخضع لتأثير الناقل (C) من الخارج (تأثير جذب)، ومن الداخل تخضع لتأثير الناقل (A) (تأثير كلي).

0,15

4

* بالنسبة للناقل (C) :-

٥٨

الناقل (B) يلعب دور قفص فردي يمنع التأثير في الناقل (A) وكل زيادة في تأثير (C) تؤدي إلى زيادة في شحنة (B) تعوضها الأرض بحيث يبقى الكون دائماً ($V_B = 0$) دائياً

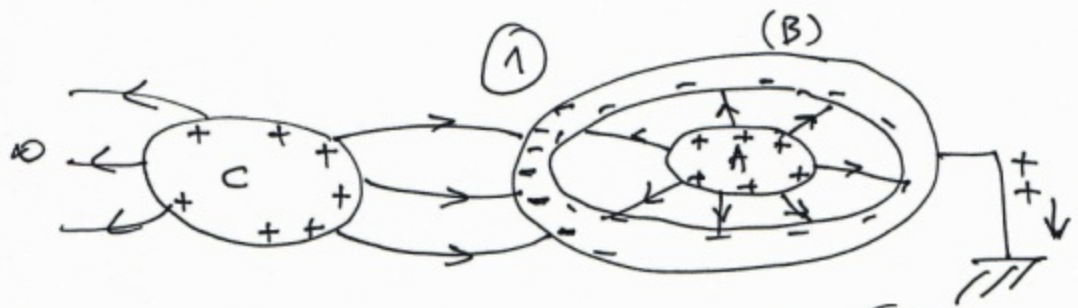
* بالنسبة للناقل (A) :-

٥٩

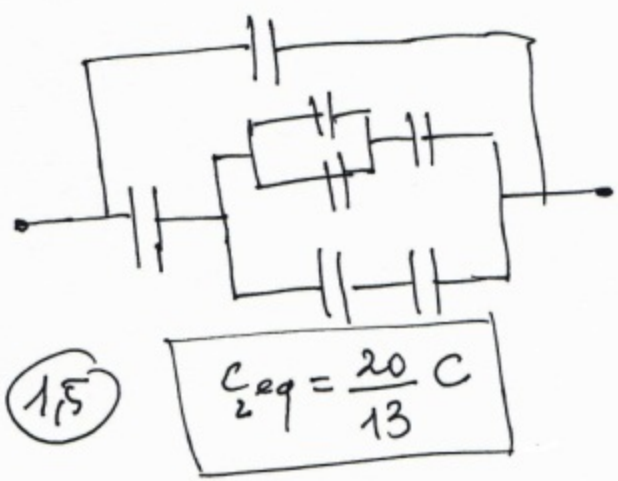
الناقل (B) خاضع لتأثير كلي، لذلك تظهر على سطحه الداخلي شحنة ($Q_{Bint} = -Q_A$)، لكن بسبب التوصيل بالأرض، فإن شحنة (B) الخارجية (Q_{Bext}) لا تتأثر بحيث يبقى كيون (B) دائماً معدوماً ($V_B = 0$) مما يمنع التأثير في الناقل (C)

* الخلاصة :- الناقل (C) لا يؤثر في الناقل (A)

(A) " " (B) " " (C)

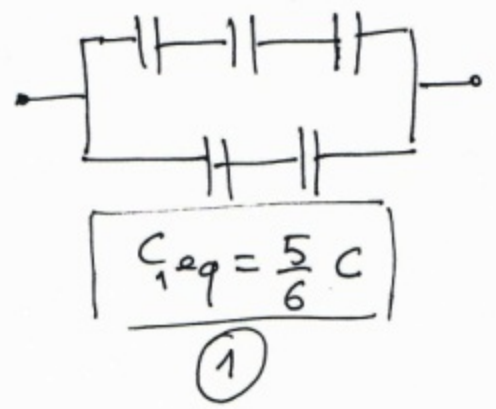


2- حساب السعة المكافئة :-



١٤

$C_{eq} = \frac{20}{13} C$



1

$C_{eq} = \frac{5}{6} C$

الاستدراكي في الكهرباء

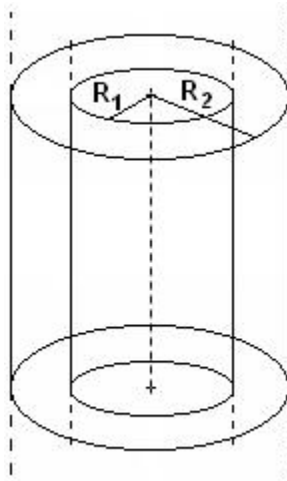
- التمرين 01 : 06 ()

- لامنته مشحون بكثافة سطحية منتظمة و موجبة +
خواص تناظر التوزيع ، حدد الحقل الكهر
-1
ثم أكتب قانون قوس في الحالة العامة، و في حالة هذا
-2
-3 أستخرج قيمة الحقل الكهر

.d

M

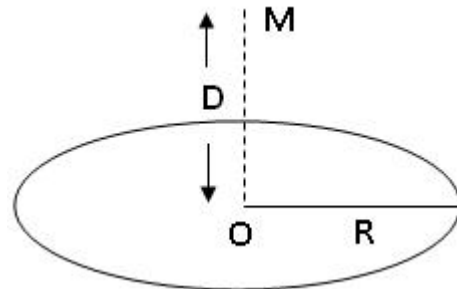
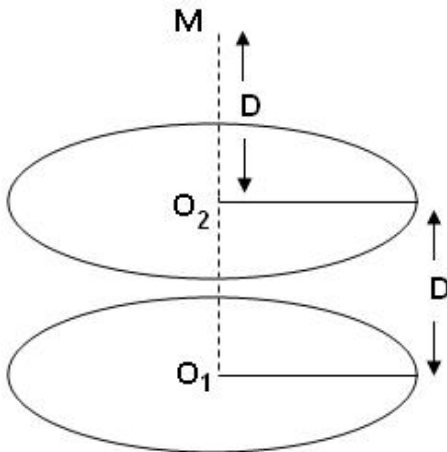
- التمرين 02 : 10 ()



- شاقوليتان متمحورتان لا منتهيتان، نصف قطرهما R_1 R_2
مشحونتان بكثافتين سطحيتين σ_1 σ_2 ، $\sigma_2 < 0$
-1 الكهرساك .
-2 ما هو شكل سطح وس المناسب له
-3 أحسب قيمة الحقل الكهرساكن بدلالة R_1 R_2 σ_1 σ_2 .
-4 أستنتج قيمة الكمون الكهرساكن قيمة الثوابت المرفقة.
-5 أستنتج قيمة σ_2 . $r > R_2$
-6 أحسب فرق الكمون بين الأسطوانتين، ثم استنتج السعة الكهرباية

التمرين 03 : 06 ()

- حلقة دائرية مركزها O، نصف قطرها R و محورها M شحنت بكثافة خطية منتظمة و +
O D M
-1 بين أن الحقل الكهر في هذه النقطة يكون محمولا بالمحور
-2 أكتب عبارة الحقل الكهر العنصري ثم أحسب قيمة هذه النقطة
-3 أكتب كذلك عبارة الكمون الكهرباي العنصري و أحسب قيمة الكمون المحصل عند نفس النقطة
-4 أعد نفس السؤالين السابقين في حالة الحلقتين O_1 O_2



حل الامتحان الاستدراكي في الكهرباء

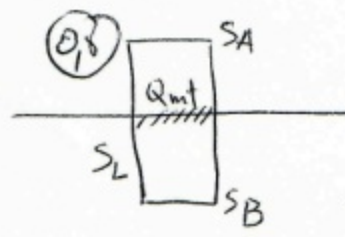
التمرين 01 :-

1- المستوى لامنتهي عمك تناظرين استجابيين، الأول موازي للمستوى والثاني عمودي عليه، أي نقطة M تقع دائماً على محور تناظر المستوى ومنه الحقل يكون عمودياً على المستوى وخارجاً منه

* فوق المستوى يكون نحو الأعلى (0,5) * تحت المستوى يكون نحو الأسفل (0,5)
2- يجب أن يكون سطح قوس إما عمودياً على المستوى أو موازياً له ومتناظر بالنسبة للمستوى مثلاً:

* أسطوانة عمودية على المستوى يقطعها إلى نصفين متناظرين (0,5)
* متوازي مستطيلات يقطعها المستوى إلى نصفين متناظرين (0,5)

قانون قوس:
$$\Phi(\vec{E}) = \oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$
 (0,5)



في حالة المستوى، تد قوة الحقل يكون غير معدوم في حالة السطحين SA و SB فقط ومنه
$$\Phi(\vec{E}) = E \cdot S_A + E \cdot S_B = 2E \cdot S_A$$
 (0,5)

3- حساب الحقل الكهروساكن:

$$2E \cdot S_A = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S_A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

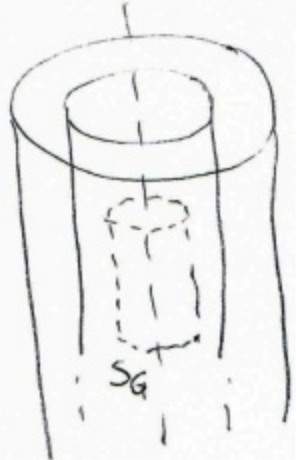
لا يتعلق بموقع النقطة M (0,5)

التمرين 02 :-

1- الجملة تملك تناظراً أسطوانياً، لذلك فالحقل له نفس التناظر وهو يكون محولاً بنصف قطر الأسطوانتين نحو الخارج (0,5)

2- يجب أن يكون سطح قوس من نفس التناظر، أي أسطوانة لها نفس المحور ونصف قطرها r متغير وارتفاعها h كفي (0,5)

2



3- حساب الحقل :- لدينا ثلاثة مناطق

* المنطقة (I) : $(r < R_1)$

(لا توجد شحنة داخل سطح غاوس) $Q_{int} = 0$ (0/8)

$$\Rightarrow \Phi(\vec{E}) = E_I \cdot S_{L_G} = 2\pi r h \cdot E_I = 0$$

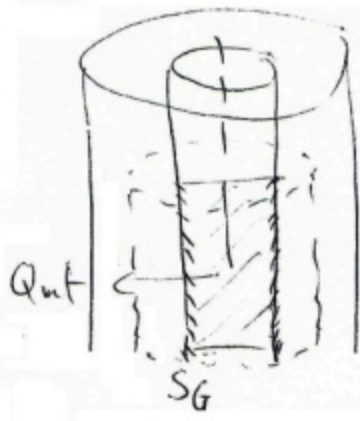
$$\Rightarrow E_I = 0 \quad (0/1)$$

* المنطقة (II) : $(R_1 < r < R_2)$

$$Q_{int II} = \sigma_1 \cdot S_{L_1} = \sigma_1 \cdot 2\pi R_1 h \quad (0/8)$$

$$\Rightarrow 2\pi r h E_{II} = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma_1 \cdot 2\pi R_1 h$$

$$E_{II} = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0 r} \quad (0/8) \quad \text{دو}$$

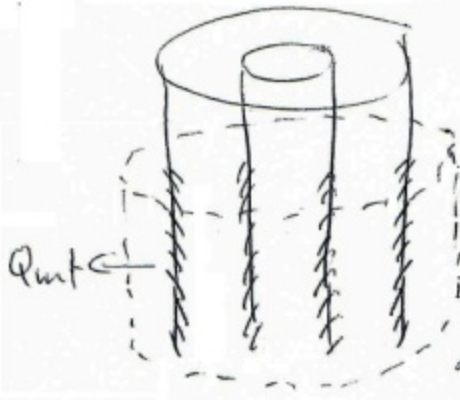


* المنطقة (III) : $(r > R_2)$

$$Q_{int III} = \sigma_1 \cdot S_1 + \sigma_2 \cdot S_2 = 2\pi h (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2) \quad (0/8)$$

$$2\pi r h E_{III} = \frac{2\pi h}{\epsilon_0} (\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2)$$

$$E_{III} = \frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\epsilon_0 r} \quad (0/8) \quad \Leftarrow$$



(0/8) $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E dr$ لدينا -4 استنتاج الكون :-

$$V_I = -\int E \cdot dr = cte = C_I \quad (0/8) \quad \text{: I المنطقة *}$$

$$V_{II} = -\int \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \frac{dr}{r} = -\frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \ln r + C_{II} \quad (0/8) \quad \text{: II المنطقة *}$$

$$V_{III} = -\int \frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\epsilon_0} \frac{dr}{r} = -\frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\epsilon_0} \ln r + C_{III} \quad (0/8) \quad \text{: III المنطقة *}$$

تحديد ثوابت الكون :-

3

0,27

نظراً لوجود شحنات في (∞) الكون في (∞) يكون غير معدوم
ذلك سوف نستعمل شرط الأسطلاح لتحديد الثوابت :

* نستطرح على أن الكون عند محور الأسطوانتين يكون معدوماً

0,28 $C_I = 0 \Leftrightarrow V_I = C_I = 0 \Leftrightarrow V_I(r=0) = 0$

* بين المنطقتين (I) و (II) نستعمل شرط استمرار الكون عند $R_1 = r$

$C_{II} = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \ln R_1 \Leftrightarrow 0 = -\frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \ln R_1 + C_{II} \Leftrightarrow V_I(R_1) = V_{II}(R_1)$
0,29

* بين المنطقتين (II) و (III) نستعمل شرط استمرار الكون عند $R_2 = r$

$-\frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \ln R_2 + \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \ln R_1 = -\frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\epsilon_0} \ln R_2 + C_{III} \Leftrightarrow V_{II}(R_2) = V_{III}(R_2)$

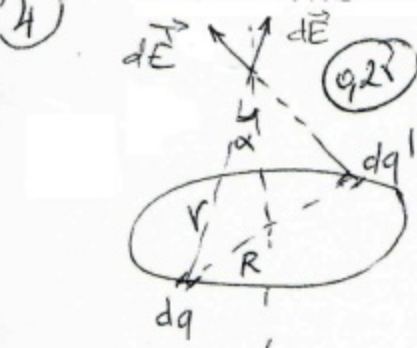
ومنه $C_{III} = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \ln R_1 + \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0} \ln R_2$ 0,30

$E_{III} = \frac{\sigma_1 R_1 + \sigma_2 R_2}{\epsilon_0 r} = 0$ حساب σ_2 :- لدينا $\Leftrightarrow \sigma_2 = -\left(\frac{R_1}{R_2}\right)\sigma_1$ ①

حساب فرق الكون :- $\Delta V = V_{II}(R_1) - V_{III}(R_2)$

$Q = C \cdot \Delta V$ مع $\Delta V = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$ 0,31 و $Q = \sigma_1 \cdot S$ 0,32

0,33 $C = \frac{\epsilon_0 S}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}}$ 0,34 $\Leftrightarrow \sigma_1 \cdot S = C \cdot \Delta V$ ومنه



1- نتيجة التناظر كل سحنة عنصرية dq لها نظير dq' حيث مجموع حقلها يكون محولاً بالمحور ويكون الحقل المحصل محمولاً بمحور الحلقة

2- نتيجة التناظر، حسب المتكافئة الموازية للمحور فقط:

(0,25) $dE_3 = dE \cdot \cos \alpha$, $dq = \lambda dl$, $d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$ (0,25)

$dE_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos \alpha \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{D}{r}$ (0,25) , $r = \sqrt{R^2 + D^2} = ct$

(1) $E = E_3 = \frac{\cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int \lambda dl = \frac{\lambda DR}{2\epsilon_0 (R^2 + D^2)^{3/2}}$ \Leftarrow

3- حساب الجهد بنفس الشكل: $dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} + c$

(1) $V = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + D^2}}$ $\Leftarrow c = 0$

4- في حالة الشكل الثاني يكون لدينا: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ (0,25)

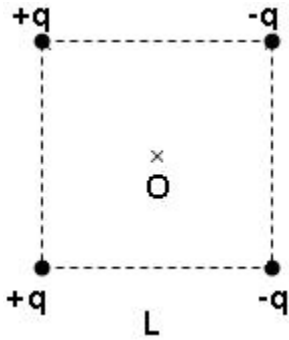
حيث $r_2 = (D^2 + R^2)^{1/2}$, $r_1 = (4D^2 + R^2)^{1/2}$ (0,25)

(0,5) $E = \frac{\lambda DR}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{(D^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{2}{(4D^2 + R^2)^{3/2}} \right]$ \Leftarrow

وكذلك $V = V_1 + V_2$ (0,5)

(0,5) $V = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{D^2 + R^2}} + \frac{1}{\sqrt{4D^2 + R^2}} \right]$

الكهرباء



- التمرين 01 : (04)

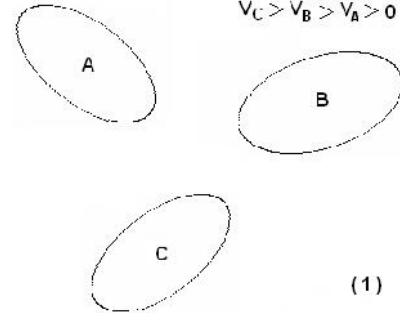
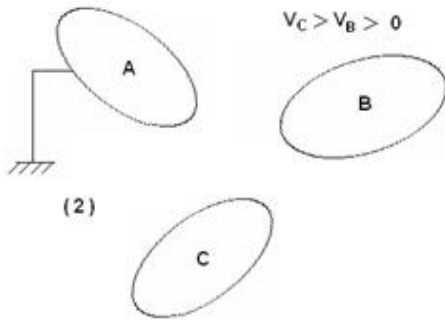
أربع شحنات نقطية $+q$ ، $+q$ ، $-q$ ، و $-q$ موضوعة على رؤوس مربع طول ضلعه L

- 1- أحسب قيمة الحقل و الكمون الكهروستاتيين عند المركز O
- 2- أرسم طوبوغرافيا الحقل الكهروستاتيكي حول مجموع الشحنات
- 3- أحسب الطاقة الكهروستاتيكية للجoule
- 4- نضع في النقطة O شحنة نقطية q_0 ، أحسب قيمة القوة الكهربائية المؤثرة فيها، و الطاقة الكهروستاتيكية الجديدة.

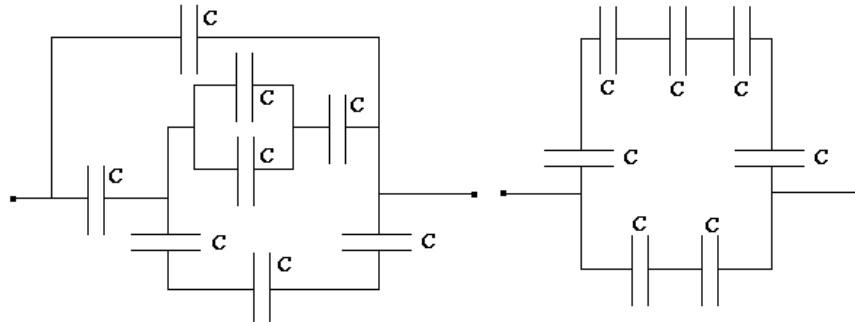
- التمرين 02 : (06)

1- من أجل الشكلين (1) و (2):

- حدد طبيعة التأثير الكهربائي بين النواقل
- أرسم خطوط الحقل حول النواقل الثلاثة (A,B,C) ، و حدد شكل توزيع الشحنات
- أكتب عبارة الشحنات الكهربائية بدلالة فروق الكمون (V_A, V_B, V_C)

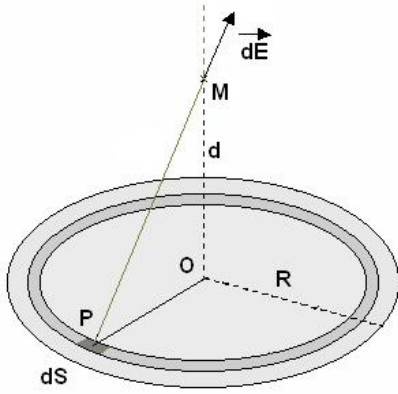


2- أحسب سعة المكثفة المكافئة في حالة التركيبين التاليين :



- التمرين 03 : (10)

- قرص مستوي مركزه O و نصف قطره R مشحون بكثافة سطحية موجبة ومنتظمة $\sigma = ct > 0$
- 1- باستعمال التناظر، بين أن الحقل الكهروستاتيكي عند نقطة M المحور.
- 2- أكتب عبارة الحقل العنصري الناتج عن الشحنة dQ المحمولة بالمساحة dS عند النقطة M

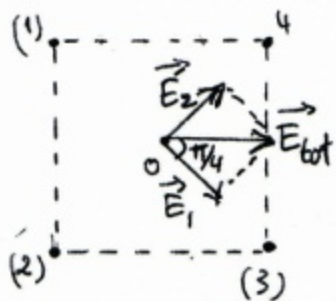


3- أستنتج الحقل الناتج عن مستوي لامنته له نفس الكثافة
 ب- قيمة الحقل الناتج عن مستوي لامنته مشحون بكثافة $\sigma > 0$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

- 1- مثل في حالة هذا المستوي، خطوط الحقل و سطوح تساوي الكمون
- 2- نأخذ ناقلين مستويين لامنتهيين ومتوازيين مشحونين بكثافتين +
 - المسافة بينهما d ، حدد من أجل هذه الجملة قيمة واتجاه الحقل في مختلف المناطق
- 3- إذا اعتبرنا أن مساحة كل مستوي هي S ، استنتج عبارة السعة الكهربائية للمكثف المشكلة من الناقلين

حل الامتحان الاستدراكي في الكهرباء



- التمرين 01 :-

(1) - نتيجة التناظر لدينا: $\vec{E}_3 = \vec{E}_1$, $\vec{E}_4 = \vec{E}_2$

والقفل المحصل: $\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$

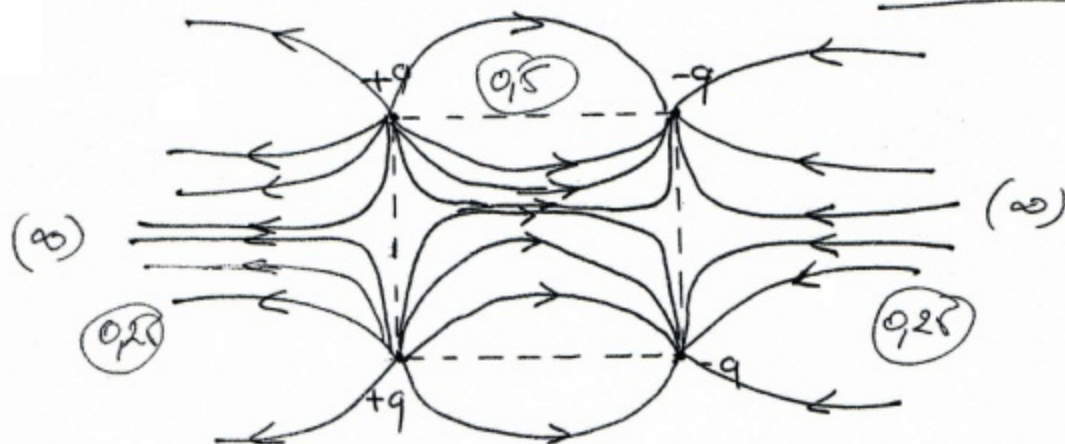
$$\vec{E}_{tot} = 2[\vec{E}_1 + \vec{E}_2] = 2 \left[\frac{+q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{+q}{4\pi\epsilon_0 r} \right] \cos \frac{\pi}{4} \cdot \vec{i}$$

مع $r = \frac{L}{\sqrt{2}}$ ومنه

$$\textcircled{1} \quad \boxed{\vec{E}_{tot} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \vec{i}}$$

وكذلك $V_3 = -V_1$ و $V_4 = -V_2$ ومنه $V_{tot} = 0$

(2) - خطوط القفل :-



(3) - حساب الطاقة الكهربائية :-

$$\boxed{E_{el} = K \left[\frac{q^2}{L} - \frac{q^2}{L\sqrt{2}} - \frac{q^2}{L} - \frac{q^2}{L} - \frac{q^2}{L\sqrt{2}} + \frac{q^2}{L} \right]} = -\frac{q^2}{L} \sqrt{2} \quad \textcircled{1}$$

(4) - القوة المؤثرة :-

$$\boxed{\vec{F}_0 = q_0 \cdot \vec{E}_{tot} = \frac{qq_0}{2\pi\epsilon_0 L} \vec{i}} \quad \textcircled{2}$$

- بالنسبة للطاقة :-

نضيف طاقة تأثير الشحنات الأربعة في q_0 وهو متساوي :

$$E_{el}(q_0) = K \left[\frac{qq_0}{L\sqrt{2}} + \frac{qq_0}{L\sqrt{2}} - \frac{qq_0}{L\sqrt{2}} - \frac{qq_0}{L\sqrt{2}} \right] = 0 \quad \textcircled{3}$$

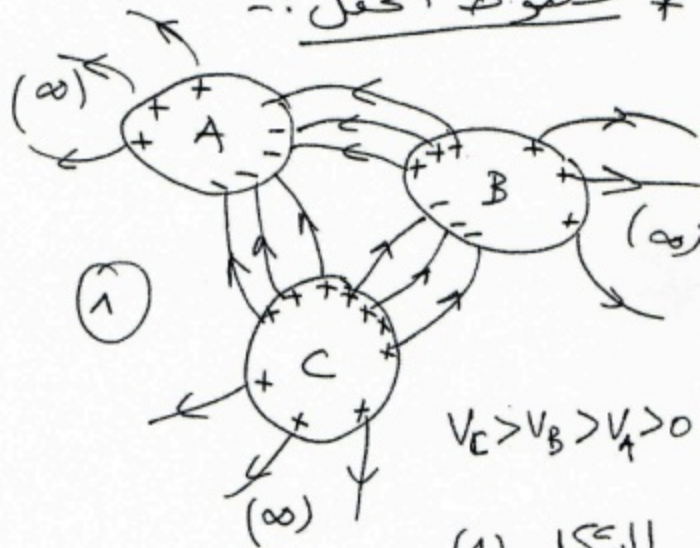
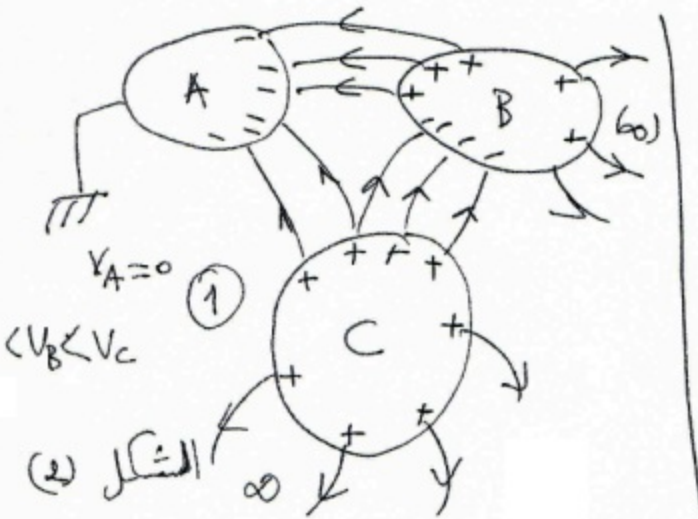
ومنه الطاقة الكهروستاتيكية تبقى بدون تغيير (٥٢٧)

التمرين ٥٢ :-

(1) - * بالنسبة للحالتين، التأثير الكهربائي جزئي لأن النواقل الثلاثة لا تليط ببعضها البعض.

(٩٥)

* خطوط الحقل :-



* عبارة الشحنات الكهربائي:

مع $C_{AA} > 0$, $C_{BB} > 0$, $C_{CC} > 0$

سعات النواقل A, B و C

و $C_{AB} = C_{BA}$ معامل التأثير بين A و B

$C_{AC} = C_{CA}$ " " " " C و A

$C_{BC} = C_{CB}$ " " " " C و B

$$Q_A = C_{AA}V_A + C_{AB}V_B + C_{AC}V_C$$

$$Q_B = C_{BA}V_A + C_{BB}V_B + C_{BC}V_C$$

$$Q_C = C_{CA}V_A + C_{CB}V_B + C_{CC}V_C$$

(2) - حساب سعة المكثفة:

(1) $C_{eq} = \frac{3}{2}C$

والدائرة الثانية

(1) $C_{eq} = \frac{7}{10}C$

الدائرة الأولى

التمرين ٥٣ :-

(1) - حسب الشكل، العنصران ds و ds متناظران بالنسبة

للمحور (A)، لذلك الحقلان العنصريان $d\vec{E}$ و $d\vec{E}$ متناظران كذلك

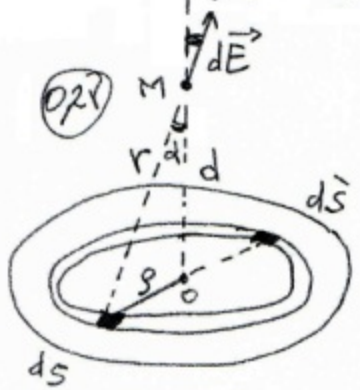
(٥٢٥)

3) بالنسبة للمحور (Δ) وإذا حللنا الحقلين إلى مركبتين: واحدة موازية للمحور والأخرى عمودية عليه فإننا نجد :-

وعند جمع الحقلين نجد: $dE_{\perp} = -dE_{\perp}$ و $dE_{\parallel} = dE_{\parallel}$ (026)

فتكون النتيجة موازية للمحور (Δ) فقط $\vec{dE} + d\vec{E}' = 2 dE_{\parallel} \vec{k}$ (096)

وعند حساب الحقل المحصل نجد أنه يكون محمولاً بالمحور (2) عبارة الحقل العنصري:



(096) $d\vec{E}(M) = K \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$ (026)

مع $dq = \sigma ds$ و $ds = s ds \cdot d\theta$ (027) و $r = \sqrt{d^2 + s^2}$ تكون المركبة الموازية

مع $\cos \alpha = \frac{d}{r}$ $dE_{\parallel}(M) = K \frac{\sigma s ds \cdot d\theta}{(d^2 + s^2)} \cdot \cos \alpha$ (027)

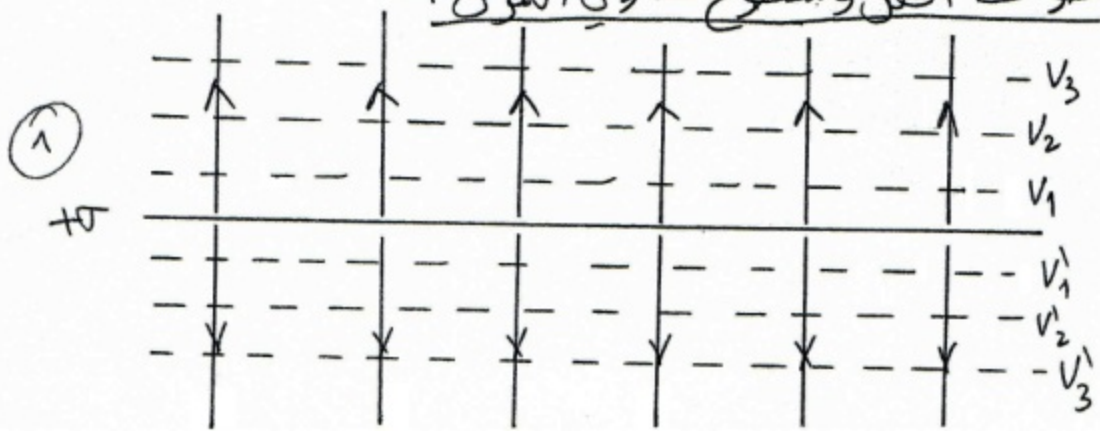
ومنه: $dE_{\parallel}(M) = K \cdot d \cdot \sigma \cdot \frac{s ds d\theta}{(d^2 + s^2)^{3/2}}$ (098)

(098) $E(M) = \int_0^R \int_0^{2\pi} K \cdot d \cdot \sigma \cdot \frac{s ds d\theta}{(d^2 + s^2)^{3/2}}$

$E(M) = K \cdot d \cdot \sigma \cdot 2\pi \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{(d^2 + R^2)^{1/2}} \right]$ (098)

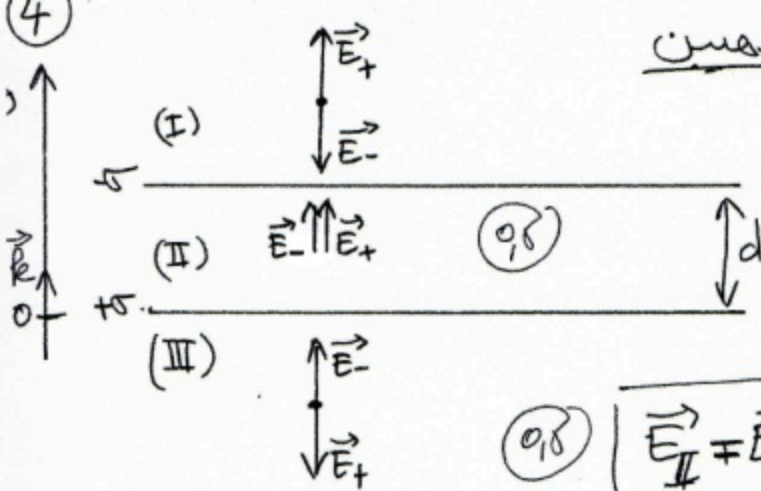
3) حالة المستوى اللامنتهي :- $R \rightarrow +\infty$ ومنه $E(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ (1)

1- خطوط الحقل وسطوح تساوي الكون :-



٢) حالة ناقلين مستويين لامنتهين

لدينا ثلاثة مناطق منفصلة:



* المنطقة (I):

$$\textcircled{08} \quad \vec{E}_I = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \vec{0}$$

$$\textcircled{08} \quad \vec{E}_{II} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{k}$$

$$\textcircled{08} \quad \vec{E}_{III} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \vec{0}$$

٣) حساب سعة المكثفة المستطيلة:

حسب جوال الحقل بين المستويين: $dC = -dV$

$$\textcircled{08} \quad dC = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_{II} \cdot dz = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot dz$$

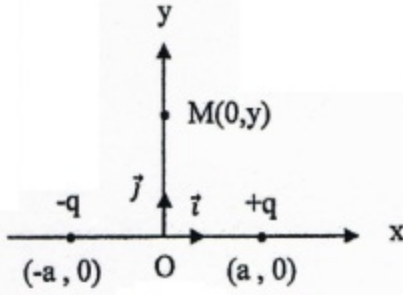
$$\textcircled{08} \quad \left[\int_+ \frac{\sigma}{\epsilon_0} dz = - \int_+ dV \Rightarrow \frac{\sigma}{\epsilon_0} z \Big|_0^d = -V \right]$$

نجد أن: $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d = V_+ - V_- = 4$ وكذلك $\sigma = \frac{Q}{S}$ بالتعويض:

$$\textcircled{08} \quad C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad \text{ومن هنا} \quad \textcircled{08} \quad Q = \epsilon_0 \frac{S}{d} \cdot 4$$

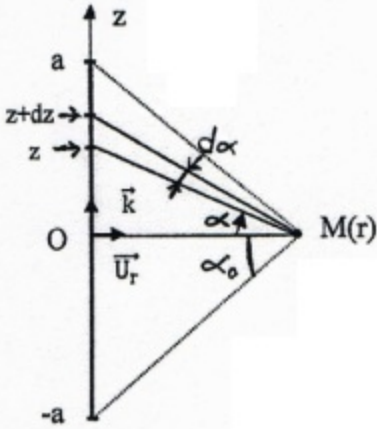
الامتحان الإستدراكي

التمرين 1: (4 نقاط)



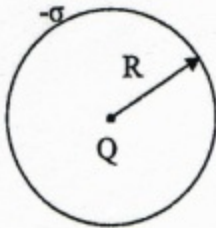
- 1- نعتبر شحنتان نقطيتان ثابتتان $+q$ و $-q$ توجدان على المحور Ox والمسافة بينهما $2a$.
أوجد الحقل الكهربائي في النقطة M من المحور Oy وارسمه على الشكل.
- 2- ارسم خط الحقل الكهربائي المار من M .
- 3- نضع شحنة كهربائية Q في M قابلة للحركة، ماذا يحدث لها؟ ما هو مسار Q .
ناقش الحالتين: $Q > 0$ و $Q < 0$.

التمرين 2: (6 نقاط)



- 1- نعتبر سلك مستقيم طوله $2a$ مشحون بكثافة خطية موجبة و منتظمة λ ونأخذ نقطة M تنتمي لمحور السلك وتبعد عنه بالمسافة r .
- 1- باستعمال خواص التناظر حدد اتجاه الحقل الكهروستاتيكي في M .
- 2- أعط عبارة الحقل العنصري $d\vec{E}$ الناتج عن طول عنصر dz من السلك.
- 3- باستعمال العلاقة بين z والزاوية α ، أكتب عبارة $d\vec{E}$ بدلالة الزاوية العنصرية $d\alpha$.
- 4- استنتج الحقل الكهربائي \vec{E} الناتج عن كل السلك في M .
- 5- من عبارة \vec{E} السابقة، استنتج الحقل الكهربائي الناتج عن سلك طوله لا منتهى.
- 6- أوجد عبارة الكمون الكهربائي في M الناتج عن السلك الامتني عندما نختار مبدأ الكمون $V_0 = 0$ عند المسافة $r_0 = 10m$.

التمرين 3: (5 نقاط)



- 1- نعتبر شحنة نقطية Q موجبة موضوعة في مركز سطح كروي نصف قطره R ويحمل كثافة شحنية منتظمة سالبة $-\sigma$.
- 1- أشرح لماذا يمكن استعمال نظرية غوس لحساب الحقل \vec{E} الناتج عن هذا التوزيع الشحني.
- 2- احسب عبارات الحقل والكمون الكهربائيين في كل مناطق الفضاء.

التمرين 4: (5 نقاط)



- 1- يشحن ناقل كهربائي كروي (S) نصف قطره R بكمون موجب V ($V > 0$).
- 1- ما هي خصائص الناقل (S) الكهربائية بعد بلوغه حالة التوازن.
- 2- هل توزيع الشحنة الذي يظهر على (S) منتظم؟ لماذا؟ وما هي قيمته.
- 3- ما هي عبارة الحقل الكهربائي بالجوار المباشر للناقل.

(S)

- 1- نقرب من الناقل المشحون السابق ناقلًا كهربائيًا كرويًا آخر (S_0) كان محايدًا في حالته الابتدائية ($Q_0=0$).

- 4- ماذا يحدث للكرتين؟ هل تتغير الشحنتين Q و Q_0 للناقلين.
- 5- أرسم خطوط الحقل حول الكرتين في حالة التوازن الجديدة.



(S)



(S₀)

تصحيح الإمتحان الإستدراكي

التمرين الأول: (1) (4,5)

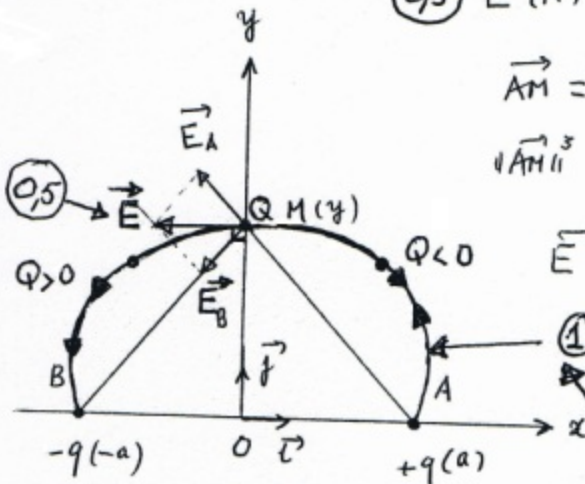
$$(0,5) \vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|^3} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|^3}$$

$$\vec{AM} = -a\vec{i} + y\vec{j}, \quad \vec{BM} = a\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\|\vec{AM}\|^3 = \|\vec{BM}\|^3 = (\sqrt{a^2 + y^2})^3$$

$$\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-a\vec{i} + y\vec{j} - a\vec{i} - y\vec{j})}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E}(M) = -\frac{2q}{4\pi\epsilon_0} \frac{a\vec{i}}{(a^2 + y^2)^{3/2}} \quad (1)$$

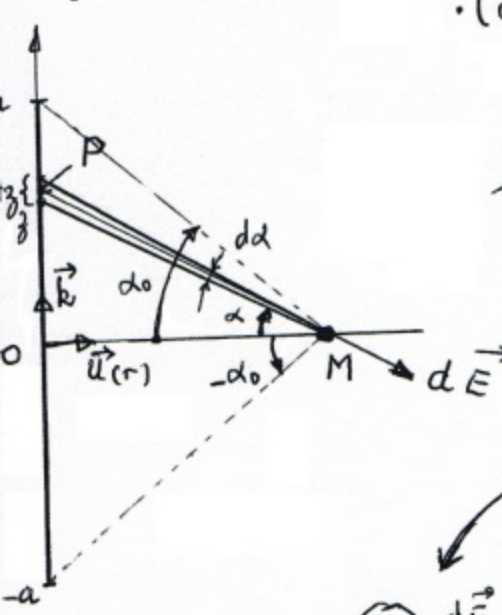


2- خط الحقل ينطلق من +q مروراً بالنقطة M ثم يصل إلى -q. \vec{E} مماسي لخط الحقل في M. (تمثيل الخط على الشكل يلي بإجابة على السؤال)

3- الشحنة Q تتعرض لقوة كهربائية $\vec{F}_e = Q \cdot \vec{E}$ دائما مماسي لخط الحقل، إذن \vec{F} هو أيضا كذلك. (0,5)

عندما $Q > 0$: تنطلق من M تحت تأثير \vec{F}_e في اتجاه وفوق خط الحقل إلى أن تصل إلى الشحنة -q في B. (0,5)

عندما $Q < 0$: تتحرك في الاتجاه المعاكس لخط الحقل وفوقه من M إلى أن تصل إلى +q في A. (0,5) (تمثيل المسار على الشكل يلي).



التمرين 2: 1- المحور OM للسلك هو محور تناظر. إذن الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ للسلك محمول بمحور التناظر أي: $\vec{E}(M) = E(M) \cdot \vec{u}_r$ (0,5)

$$d\vec{E}(M) = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3}$$

$$(1) d\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} dz \cdot \left[\frac{-z\vec{k} + r\vec{u}_r}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \right]$$

$$(0,5) d\vec{E} = \frac{\lambda dz}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[\frac{-\sin\alpha\vec{k} + \cos\alpha\vec{u}_r}{(r^2 + z^2)} \right]$$

لأن: $\sin\alpha = \frac{z}{\|\vec{PM}\|}$ و $\cos\alpha = \frac{r}{\|\vec{PM}\|}$

لدينا: $(\text{tg} \alpha)' = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ (0,5) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} d\alpha = \frac{dz}{z} \Leftrightarrow \text{tg} \alpha = \frac{z}{r}$

التعويض نجد: $d\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{\cos^2 \alpha} d\alpha \cdot \left[-\sin \alpha \frac{\vec{k}}{r} + \cos \alpha \frac{\vec{u}_r}{r} \right]$

لأن: $\cos \alpha = \frac{z}{(r^2 + z^2)^{1/2}}$

(0,5) $d\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{d\alpha}{r} \left[-\sin \alpha \frac{\vec{k}}{r} + \cos \alpha \frac{\vec{u}_r}{r} \right]$ إذن!

$\vec{E}(M) = \int d\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left[\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} -\sin \alpha d\alpha \cdot \vec{k} + \right.$

$\left. \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \cos \alpha d\alpha \cdot \vec{u}_r \right]$ (0,5)

\vec{k} ثابت و بكل موقع للنقطة M \vec{u}_r أيضا ثابت.

إذن: $\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left\{ \left[\cos \alpha \right]_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \vec{k} + \left[\sin \alpha \right]_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \cdot \vec{u}_r \right\}$

$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \sin \alpha_0 \cdot \vec{u}_r$ (0,5)

5 - نحصل على السلك اللا متناهي لما $\alpha_0 = \pi/2$ (0,5) $\sin \alpha_0 = 1$ إذن $\vec{E}(M)$ للسلك اللا متناهي هو:

$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \vec{u}_r$ (0,5)

6 - $\vec{E} = -\text{grad} V$ هنا: \vec{u}_r يمثل شعاع الواردة للحملة الأحاديّة الأسطوانية

(0,5) $E(M) = -\frac{dV}{dr}$

$$\int_a^{\infty} dv = - \int_{r_0}^{\infty} E(r) dr$$

$$V(r) = - \int \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0}{r}$$

$$\textcircled{0,5} \quad V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{10}{r}$$

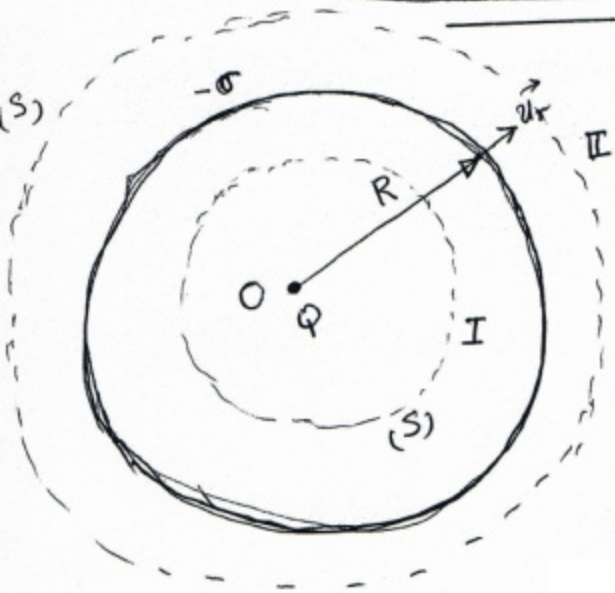
($r_0 = 10m$)

ملاحظة: يمكن حساب $V(r)$ بدلالة ثابت التكامل c ثم نستنتج c باستخدام مبدأ الكمون الشحنة

$$V(r_0) = 0$$

$$\textcircled{0,5} \quad V(r) = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r + c$$

أي عندما $r = c$ $\textcircled{0,5}$



التمرين الثالث: الشحنة Q توجد في مركز الكرة O و σ هو توزيع منتظم $\textcircled{0,5}$ ياذن: التوزيع الشحني مملك تناظر كروي. يعني أي تغيير في θ و ϕ بالكسبة لنقطة H من الفضاء لا يؤدي تغيير في التوزيع الشحني أي: $\vec{E} = E(r) \cdot \vec{u}_r$

عند اختيار سطح غوس عبارة عن سطح كروي (S) مركزه O و نصف قطره r

فإن: \vec{E} في أي نقطة M توجد على سطح يكون عمودياً على السطح (S) أي $\vec{E}(r)$ و $d\vec{S}$ في نفس الاتجاه و $E(r)$ ثابت فوق سطح $\textcircled{0,5}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot S \quad \text{الكرة. ياذن:}$$

ع- حساب الحقل $\vec{E}(r)$: لدينا منطقتان: (S)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_I \cdot S = \frac{Q_{in}}{\epsilon} = \rho / \epsilon \quad ; r < R - I$$

$$\textcircled{1} \quad \vec{E}_I = \frac{\rho}{4\pi\epsilon} \cdot \vec{u}_r \quad (3)$$

$$E_{II} \cdot s = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{Q - \sigma \cdot 4\pi R^2}{\epsilon_0} \quad ; \underline{r > R - II}$$

$$\boxed{\vec{E}_{II}(r) = \frac{Q - \sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r} \quad (1)$$

$$E(r) = -\frac{dV}{dr} \quad \leftarrow \quad \vec{E} = -\vec{\text{grad}} V \quad ; \underline{\text{حساب } V(r)}$$

$$\int dV = -\int E(r) dr \quad ; \text{أي}$$

$$(0,5) \rightarrow V_{II}(r) = \frac{Q - 4\pi\sigma \cdot R^2}{4\pi\epsilon_0 r} + C_{II} \quad ; \underline{\text{في المنطقة II}}$$

$e_{II} = 0$ أي $V_{II}(a) = 0$ \leftarrow بما أنه لا توجد شحن في a +

$$(0,5) \rightarrow \boxed{V_{II}(r) = \frac{Q - 4\pi\sigma \cdot R^2}{4\pi\epsilon_0 r}}$$

في المنطقة I

$$(0,5) \rightarrow V_I(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} + C_I$$

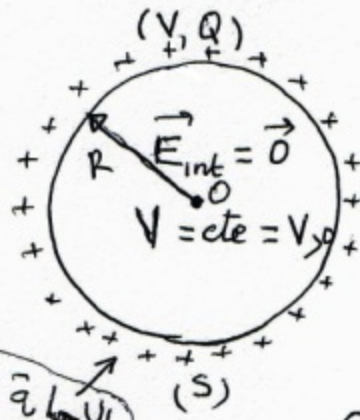
$V_I(r=R) = V_{II}(r=R)$: باستخدام خاصية استمرارية الجهد لدينا : \leftarrow باستخدام خاصية استمرارية الجهد لدينا : أي

$$\frac{Q - 4\pi\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + C_I \quad ; \text{أي}$$

$$C_I = -\frac{\sigma R}{\epsilon_0} \quad ; \text{أي}$$

$$\boxed{V_I = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{\sigma R}{\epsilon_0}} \quad (0,5)$$

الضربين 4 : 1 - عند بلوغ (S) حالة الكهروإتافي فإن :



- $\vec{E} = \vec{0}$ داخل الناقل معدوم.
- $\vec{E}_{int} = \vec{0}$ الكهون في أي نقطة من الناقل هونفسه.
- ويساوي V .
- سطح الناقل هونسطح مساوي الكهون .
- الشحنة Q تكون سطحية . $Q > 0 \Rightarrow V > 0$
- خطوط الحقل تنطلق من سطح الناقل وتكون عمودية عليه .

ثلاثة
من خمس
جيبائض
يأتي !!
(1,5)
كل
واحدة
صحيحة

الإجابة بالشكل
مقبولة .

2- نعم، التوزيع هنا منتظم لأننا أخذنا سطح الكرة ثابت (0,5)

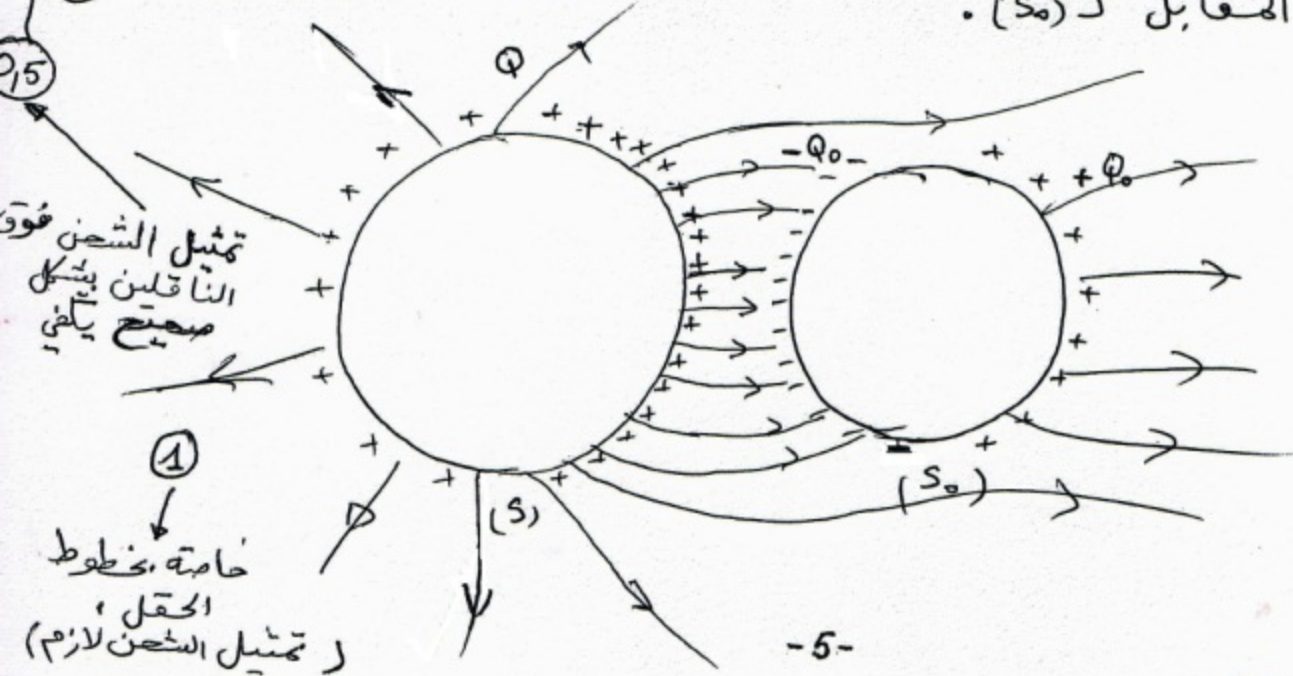
$$(0,5) \quad \sigma = \frac{Q}{S} = \frac{4\pi\epsilon_0 R V}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon_0 V}{R} \leftarrow Q = 4\pi\epsilon_0 R \cdot V$$

3- من نظرية كولون لدينا \vec{E} بجوار الناقل يساوي $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \vec{n}$ مع $\vec{n} = \vec{u}_r$ أي :

$$(0,5) \rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \vec{n} = \frac{V}{R} \cdot \vec{u}_r$$

4- يحدث تأثير جزئي كهرو ساكن بين الناقلين يؤدي إلى تغيير في توزيع الشحنتين Q و Q_0 من دون تغيير في قيمتهما . (0,5)

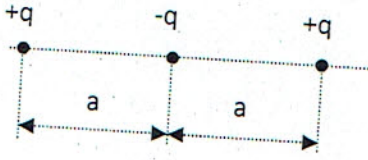
أي تبقى Q نفسها و Q_0 = 0 . التأثير بين (S) و (S_0) يؤدي إلى ظهور شحنة سالبة -Q_0 فوق (S_0) من جهة (S) وشحنة موجبة +Q_0 على الجهة المقابلة . الشحنة Q للناقل (S) تتكثف على السطح المقابل ل (S_0) .



تمثيل الشحن فوق الناقلين بشكل صحيح يأتي

①
حامة خطوط الحقل
ر تمثيل الشحن لازم

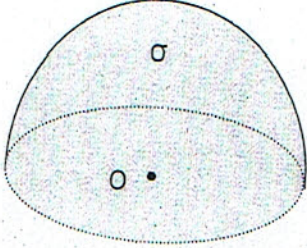
الامتحان الاستدراكي (ساعة ونصف)



الشكل 1

التمرين الأول (4.5) : لتكن ثلاث شحنات كهربائية نقطية موزعة حسب الشكل 1.

- 1- ما هي عناصر تناظر هذا التوزيع. (1)
2- ارسم خطوط الحقل الكهربائي للتوزيع. (3,5)



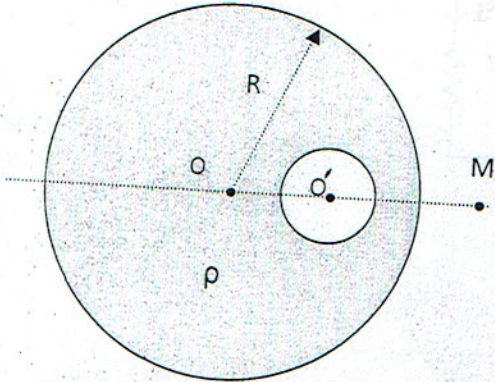
الشكل 2

التمرين الثاني (4.5) : لتكن نصف كرة نصف قطرها R ومركزها O مشحونة بكثافة سطحية منتظمة موجبة sigma (الشكل 2).

أحسب شعاع الحقل والكمون الكهربائيين عند مركزها O.

(1)

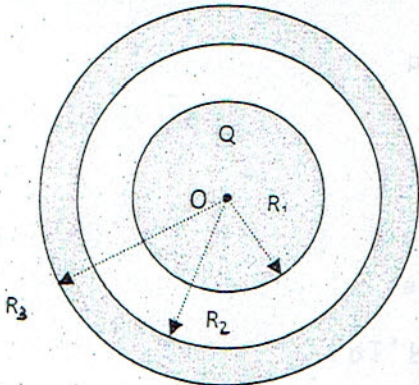
(3,5)



الشكل 3

التمرين الثالث (5 نقاط) : نعتبر كرة نصف قطرها R ومركزها O تحمل كثافة شحنية حجمية منتظمة وموجبة rho.

- 1- احسب شعاع الحقل الكهربائي عند نقطة M تقع خارج الكرة. (2,5)
2- ننزع من الكرة السابقة حجما كرويا نصف قطره $R' = R/4$ ومركزه O' يقع على امتداد OM كما يبين الشكل 3 مع : (2,5)
أحسب الحقل الكهربائي $E(M)$. $OO' = R/2$.

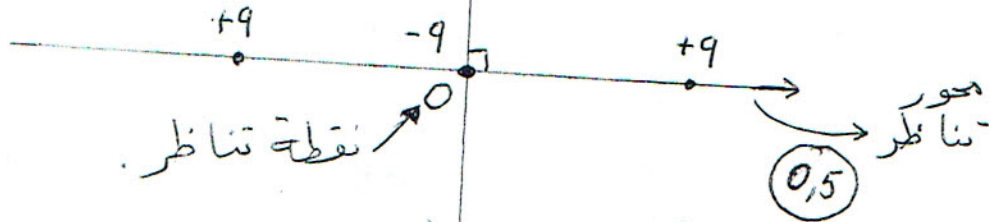


الشكل 4

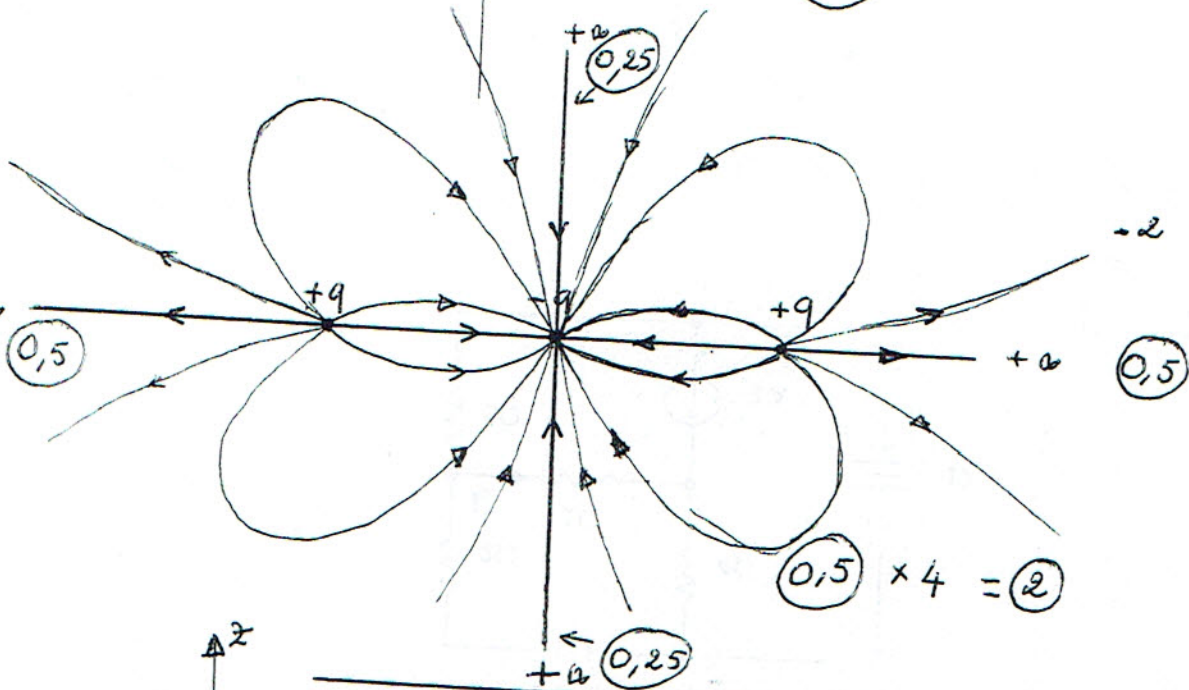
التمرين الرابع (6 نقاط) : كرة معدنية نصف قطرها R_1 ومركزها O تحمل شحنة كهربائية موجبة Q، تحيط بها من الخارج كرة معدنية ثانية مجوفة مركزها O ونصف قطرها الداخلي R_2 والخارجي R_3 ومحايدة (الشكل 4).

- 1- عند التوازن الكهروساكن، حدد الشحنات التي تظهر على الكرتين ثم استنتج عبارات التوزيع الشحني لكل منهما. (2,5)
2- ماذا يحدث عندما نربط الكرة الخارجية بالأرض. (0,75)
3- أحسب الحقل الكهربائي في نقطة M تقع في التجويف بين الكرتين ثم استنتج فرق الكمون بين الكرتين $V_1 - V_2$. (2)
4- أحسب السعة الكهربائية C لهذه المكثفة. (1)

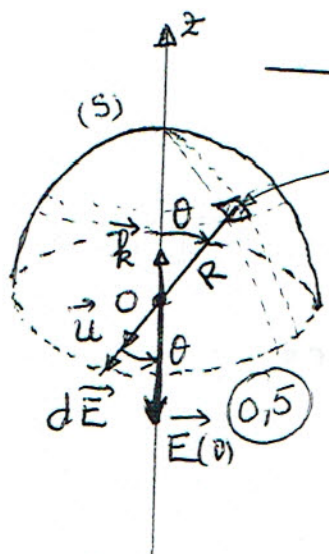
محور تناظر



التمرين الأول : 1-



التمرين الثاني :



$$ds = R^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

المساحة العنصرية ds التي تملك شحنة عنصرية

$$dq = \sigma \cdot ds$$

$$d\vec{E} = \frac{\sigma \cdot ds}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{u} \quad (0,5)$$

(لأن المسافة بين ds و 0 هي دائماً R)

$$\vec{E}(0) = \int_{(S)} d\vec{E} = \iint_{(S)} \frac{\sigma \cdot ds}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{u}$$

وبما أن \vec{u} هو محور تناظر فإن $\vec{E}(0)$ محمول بهذا المحور وتملك مركبة
 في الاتجاه \vec{k} فقط. إذن $\vec{E}(0) = -\frac{\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0 R} \vec{k} \iint \sin\theta \cos\theta d\theta d\phi$ (0,5)
 لأن مركبة \vec{u} فوق $\theta = 0$ هي : $-\cos\theta \vec{k}$ (0,5)

$$\vec{E}(0) = -\frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \vec{k} \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} [\sin^2\theta]_0^{\pi/2} \times 2\pi$$

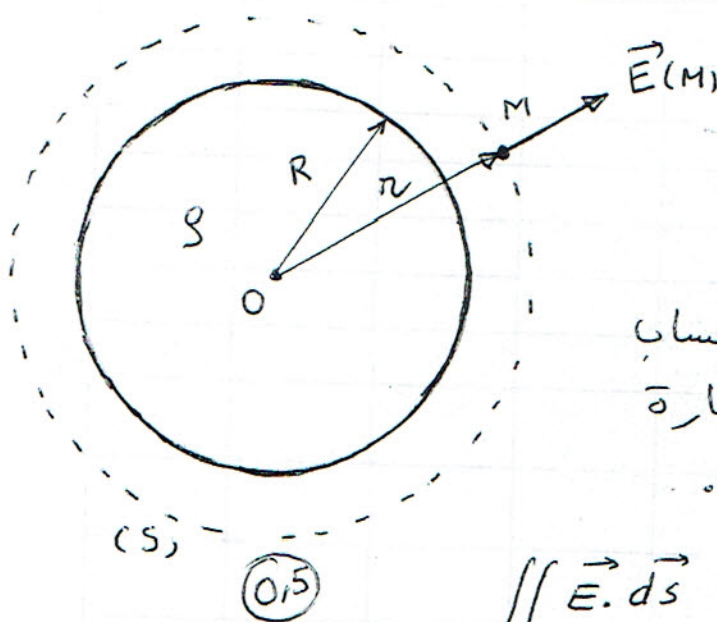
$$\vec{E}(0) = -\frac{\sigma}{4\epsilon_0} \vec{k} \quad (0,5)$$

$$V(0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma \cdot ds}{R} = \frac{\sigma R}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (0,5)$$

$$V(0) = \frac{\sigma \cdot R}{2\epsilon_0} \quad (0,5)$$

يمكن حساب $V(0)$ ، ملاحظة أن الشحنة Q فوق (S) تبعد بنفس

$$V(0) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma \cdot 2\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \quad \cdot \text{المسافة } R \text{ عن } 0$$



التمرين الثالث: 1 -

التوزيع وامتلاك تناظر كروي

$$\vec{E}(M) = E(r) \cdot \vec{u}_r \quad (0,5)$$

يمكن إذن استعمال نظرية غوس لحساب

$\vec{E}(M)$ مع أخذ سطح غوس (S) عبارة

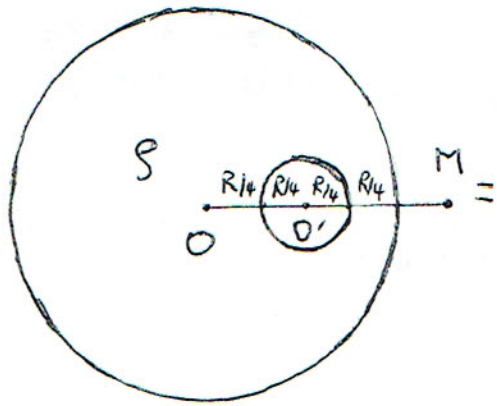
عن كرة نصف قطرها $r = \|\vec{OM}\|$.

$$\iint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot S = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} \quad (0,5)$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{S \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{\epsilon_0} \quad (0,5)$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma \cdot R^3}{3\epsilon_0 r} \vec{u}_r \quad (0,5)$$

2- يمكن حساب $\vec{E}(M)$ باستعمال مبدأ التناظر وملاحظة أن:



+ كرة نصف قطرها $R/4$ تملك كثافة ρ في مكان التجويف (0,5)

في حالة نقطة M توجد فوق امتداد [OO'] يمكن حساب $\vec{E}(M)$ بسهولة وذلك باستعمال نتيجة السؤال السابق ومبدأ التناظر.

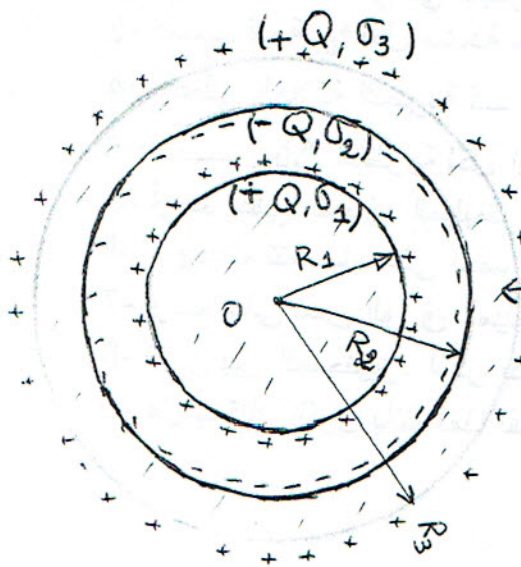
$$\vec{E}(M) = \vec{E}_\rho(M) + \vec{E}_{-\rho}(M) \quad (0,5)$$

\vec{OH} و $\vec{O'M}$ لهما نفس الاتجاه \leftarrow \vec{E}_ρ و $\vec{E}_{-\rho}$ لهما نفس الاتجاه \leftarrow إذن:

$$\vec{E}(M) = \frac{\rho \cdot R^3}{3 \epsilon_0 \pi^2} \vec{u}_r - \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R/4)^3}{\epsilon_0 \cdot 4\pi \cdot (\pi - R/2)^2} \vec{u}_r \quad (0,5)$$

لأن $\|O'M\| = \pi - R/2$

$$\vec{E}(M) = \frac{\rho \cdot R^3}{3 \epsilon_0} \left[\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{64(\pi - R/2)^2} \right] \cdot \vec{u}_r \quad (0,5) \text{ ونجد:}$$



التصميم الرابع: 1- يوجد تأثير كل بين

الكرتين \leftarrow السطح الداخلي للكرة

المجوفة تحمل شحنة $-Q$.

السطح الخارجي للكرة المجوفة أو ①

تحمل شحنة $+Q$ لأن الكرة (0,5)

كانت محايدة ابتداءً.

هذه الشحنات موزعة بانتظام على السطوح الثلاثة لأنها كروية ولها نفس المركزه O.

إذن عبارات التوزيع فوق كل سطح هي :

$$\sigma_3 = \frac{Q}{4\pi R_3^2} \quad \sigma_2 = \frac{-Q}{4\pi R_2^2} \quad \sigma_1 = \frac{Q}{4\pi R_1^2} \quad (0,25)$$

2- عند ربط الكرة الخارجية بالأرض يصبح كونها $V_2 = 0$ وتصبح شحنة السطح الخارجي معدومة : $Q_{ext} = 0$ لأنه لا توجد خطوط للحقل بين السطح الخارجي و $+\infty$ (0,25)

3- Q و $-Q$ موزعتان بانتظام على

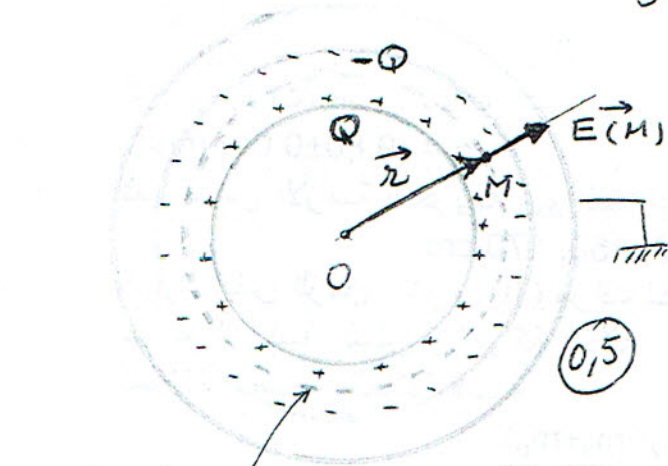
سطحي الكرتين \vec{E} نصف قطري لجميع الفضاء :

$$\vec{E}(M) = E(r) \cdot \vec{u}_r$$

وباستعمال نظرية غوس عندما

نعتبر سطح غوس (S) كرة نصف

قطرها $\|\vec{OM}\| = r$ ، نجد :



سطح غوس (S)

$$\iint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot S = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow (S = 4\pi r^2)$$

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r} \quad (1)$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E(r) \cdot dr$$

$$V_1 - V_2 = - \int_{R_2}^{R_1} E(r) dr = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r^2}$$

$$\boxed{V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]} \quad (1)$$

$$\boxed{C = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}} \quad \leftarrow Q = C \cdot (V_1 - V_2)$$

التمرين 1 (5 نقاط): تثبت شحنتان نقطيتان موجبتان لهما نفس القيمة q في نقطتين A و B من المحور $x'Ox$ احداثياتهما $x_A = -a$ و $x_B = +a$. نضيف شحنة نقطية اخرى q' حرة في الانتقال على المحور $x'Ox$ بين النقطتين A و B .

1- ما هو الحقل الكهربائي الذي يؤثر على q' ؟ 2- ما هو موضع توازن q' ؟ 3- ناقش استقرار التوازن

(2)

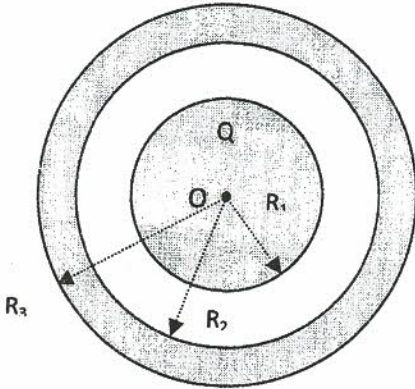
(1)

(2)

التمرين 2 (7 نقاط):

كرة معدنية نصف قطرها R_1 ومركزها O تحمل شحنة كهربائية موجبة Q ، تحيط بها من الخارج كرة معدنية مجوفة ومحايطة مركزها O ونصف قطرها الداخلي R_2 والخارجي R_3 (الشكل).

- 1- عند التوازن الكهروساكن، حدد الشحنت التي تظهر على الكرتين ثم استنتج عبارات التوزيع الشحني لكل منهما. (2)
- 2- ماذا يحدث عندما نربط الكرة الخارجية بالأرض. (1)
- 3- احسب الحقل الكهربائي في نقطة M تقع في التجويف بين الكرتين ثم استنتج فرق الكمون بين الكرتين $V_1 - V_2$. (3)
- 4- احسب السعة الكهربائية C لهذه المكثفة. (1)



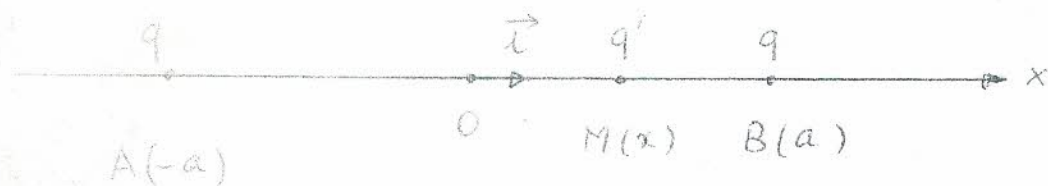
التمرين 3 (8 نقاط): نعتبر توزيعا شحنيا يملك تناظرا كرويا مركزه O بحيث الكمون الكهربائي $V(M)$ الناتج عن هذا التوزيع في نقطة M تبعد بمسافة r عن المركز O يكتب من الشكل:

$$V(M) = \left(\frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

حيث Q_0 شحنة موجبة ثابتة و a مسافة ثابتة عن O .

- 1- احسب الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$ الموافق. (2)
- 2- انطلاقا من عبارة الحقل الكهربائي فوق كرة مركزها O ونصف قطرها r ، احسب الشحنة $Q(r)$ داخل هذه الكرة. استنتج الشحنة الكلية لهذا التوزيع ($r \rightarrow \infty$). (2)
- 3- احسب الكثافة الشحنية الحجمية ρ عند المسافة r من O مع تحديد اشارتها. (2)
- 4- بين أنه توجد في المركز O شحنة موجبة تحدد قيمتها. ما هي اذن عبارة الحقل الكهربائي بجوار النقطة O ؟ (1)
- 5- ما هو التوزيع الشحني المقترح في التمرين. (1)

تمحيص الإمتحان الإستدراكي فيزياء 2



التمرين 1

$$\vec{E}(M) = \frac{q \cdot \vec{x}}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{AM}\|^2} - \frac{q' \cdot \vec{x}}{4\pi\epsilon_0 \|\vec{BM}\|^2} \quad (0.5)$$

مع: $\|\vec{AM}\| = a+x$; $\|\vec{BM}\| = a-x$ لأن $-a < x < a$; (0,25)

$$\vec{E}(M) = \frac{-4qaqx \cdot \vec{x}}{4\pi\epsilon_0 (a+x)^2 (a-x)^2} \quad (1)$$

وعندما نفرض $x=0$:

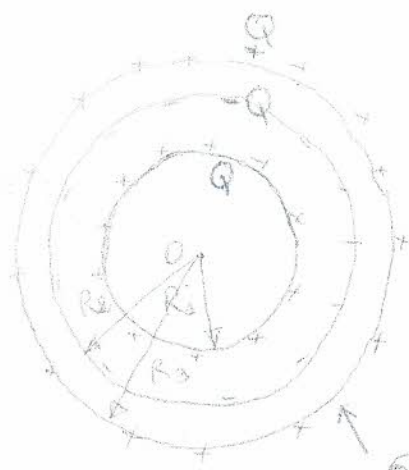
$$\vec{F}_{q'} = q' \cdot \vec{E}(M) = \frac{-4qq'aqx \cdot \vec{x}}{4\pi\epsilon_0 (a+x)^2 (a-x)^2} \quad (0.5)$$

ونحصل على التوازن لما: $\vec{F}_{q'} = \vec{0}$ أي: $x=0$ أي عند النقطة 0. (0,5)

3- يكون التوازن مستقر عندما تعمل القوة $\vec{F}_{q'}$ على إعادتنا إلى النقطة 0 لما تزيح عنها. عند إزاحة q' عنها في الاتجاه \vec{x} ($x > 0$) يجب أن تكون $\vec{F}_{q'}$ في الاتجاه $-\vec{x}$. (0,5)

أي: $-4qq'aqx < 0$ أي: $qq' > 0$ أي $q > 0$ أي $q > 0$ في حالة العكس أي $q < 0$ يكون التوازن غير مستقر. (0,5)

1 - عند التوازن الكهرساكن وبسبب التأثير الكلي بين الكرتين فإنه تظهر شحنة $-Q$ على السطح الداخلي للناقل المحيوق و $+Q$ على السطح الخارجي . (الناقل مطايد)



إذن : Q فوق سطح الناقل الداخلي .

$-Q$ فوق السطح الداخلي للناقل المحيوق (0,25)
 $+Q$ فوق " " الخارجي " " (0,25)

الناقلان لهما نفس المركز O ونصف قطرها a ثابت بالنسبة لكل سطح مستحوق \leftarrow التوزيعات السطحية منتظمة فوق ϕ السطح الكروي الثلاثة . \leftarrow (0,25)

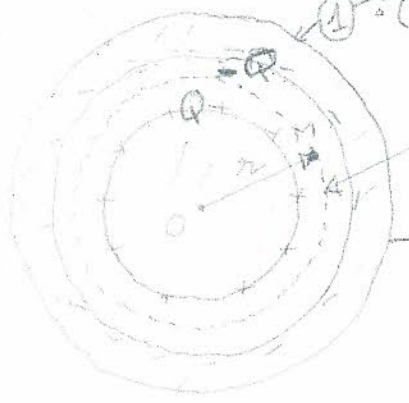
و نحصل بان $\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi R^2}$

\leftarrow التوزيع فوق سطح الناقل الداخلي $\sigma_1 = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$ (0,25)

\leftarrow التوزيع فوق السطح الداخلي للناقل المحيوق $\sigma_2^{int} = \frac{-Q}{4\pi R_2^2}$ (0,25)

" " " " " " \leftarrow $\sigma_2^{ext} = \frac{Q}{4\pi R_3^2}$ (0,25)

2 - عند تربية الكرة الخارجية بالأرض يصبح كونيها : $\phi_a = 0$ أي لا توجد خطوط للحقل بين السطح الخارجي للكرة و $+Q$ أي لا توجد شحن على السطح الخارجي للكرة الخارجية ، $(Q_2^{ext} = 0)$ (1)



3 - الشحن Q و $-Q$ تملك تناظر كروي أي (ϕ_a) الحقل $\vec{E}(M)$ يكتب من الشكل :

$$\vec{E}(M) = E(r) \cdot \vec{u}_r$$

و عندما نطبق نظرية غوس مع اختيار سطح غوس سطح كروي نصف قطره r نجد

$$\oint_{(S_G)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \iint_{(S_G)} E \cdot ds = E \cdot S_G = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r \quad (1)$$

$$\vec{E} = -\vec{g} \text{rad } V = -\frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot \vec{u}_\theta - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \cdot \vec{u}_\varphi$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0 \end{array} \right\} \leftarrow \vec{E}(r) = E(r) \cdot \vec{u}_r \quad \text{و بما أن}$$

$$V(M) = V(r) \quad \text{اذن}$$

أي دالة لـ r فقط. ونجد $\frac{1}{2}$ اذن:

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$V_1 - V_2 = \int_{V_2}^{V_1} dV = -\int_{R_2}^{R_1} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r^2} \quad \text{اذن } \textcircled{0,5}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{R_2}^{R_1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \quad \textcircled{1}$$

$$Q = C \cdot V = C \cdot (V_1 - V_2) = 4$$

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{4\pi\epsilon_0 \cdot R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1} \quad \textcircled{1}$$

التمرين 3 :

$$\vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}} V \stackrel{(0,5)}{=} - \frac{dV}{dr} \cdot \vec{u}_r$$

- 1

لأن $V(M)$ يتعلق بـ r فقط .

$$\vec{E}(M) = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{ar} \right) e^{-r/a} \cdot \vec{u}_r \quad \leftarrow (1,5)$$

2- $\vec{E}(M)$ دالة لـ r فقط وفي اتجاه \vec{u}_r ، إذن يمكن حساب

الشحنة $Q(r)$ داخل كرة كرة نصف قطرها باستعمال

$$\iint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = \frac{Q(r)}{\epsilon_0} \quad (0,5)$$

(S) هو سطح غوس الممثل بـ سطح الكرة التي نصف قطرها هو r .

$$Q(r) = \epsilon_0 \cdot 4\pi r^2 \cdot E(r) = Q_0 \left(1 + \frac{r}{a} \right) e^{-r/a} \quad \leftarrow (1)$$

$$Q_{\text{tot}} = \lim_{r \rightarrow \infty} Q(r) = 0 \quad (0,5)$$

3- $dQ = \rho dV$ مع dQ هي الشحنة العنصرية الموجودة

بين الكرتين r و $r+dr$ ، $dQ = \rho \cdot 4\pi r^2 dr$

(0,5)

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{dQ}{dr} \quad \text{إذن :}$$

$$\rho(r) = -\frac{Q_0}{4\pi a^2 r} e^{-r/a} < 0 \quad \text{وباشتقاق } Q(r) \text{ بالنسبة لـ } r \text{ نجد :}$$

4- عندما $r \rightarrow 0 \Leftrightarrow Q_0 > 0 \Leftrightarrow \lim_{r \rightarrow 0} Q(r) = Q_0$ ، توجد في 0 شحنة موجبة

$$\vec{E} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r \quad \text{إذن الحقل الكهربائي بجوار المركز } 0 \text{ هو :}$$

(0,5)

5- التوزيع الشحني المقترح هو :

$$\left. \begin{array}{l} Q_0 \text{ كما } r=0 \\ \rho(r) = -\frac{Q_0}{4\pi a^2} e^{-r/a} \text{ كما } r > 0 \end{array} \right\} (1)$$

2015/2014

يوم 2015/06/16

علوم المادة

الامتحان الاستدراكي في مادة الفيزياء 2

السنة الاولى

التمرين الاول (05 نقاط): سلك مستقيم طوله $2a$ يحمل كثافة شحنية خطية منتظمة λ .

احسب شعاع الحقل والكمون الكهربائيين في نقطة $M(x)$ تقع على حامل السلك (شكل).



التمرين الثاني (08 نقاط): نعتبر قرص نصف قطره R ومركزه O ، مشحون بكثافة شحنية سطحية منتظمة σ موجبة.

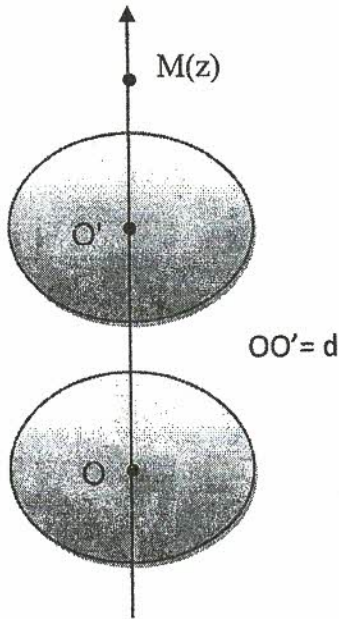
1- احسب الحقل الكهربائي في نقطة M تقع على محور القرص عند مسافة z من المركز O .

2- ارسم منحنى تغير $E(z)$ بدلالة z .

3- نضيف قرص آخر مماثل للقرص الأول مركزه O' . القرصان لهما نفس المحور ويقعان على مسافة d من بعضهما.

أ- ما هي العبارة الجديدة للحقل الكهربائي في النقطة M .

ب- ارسم المنحنى $E(z)$ الجديد.

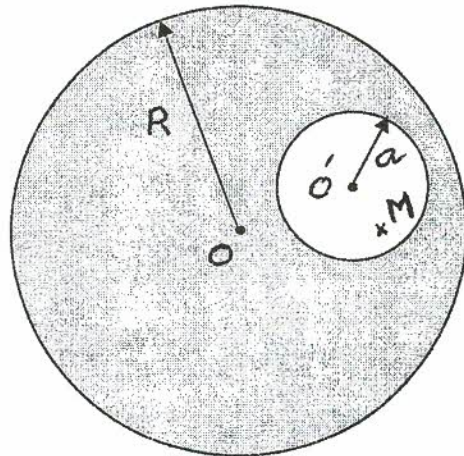


التمرين الثالث (07 نقاط): نعتبر كرة نصف قطرها R ومركزها O ،

مشحونة بكثافة حجمية منتظمة وموجبة ρ .

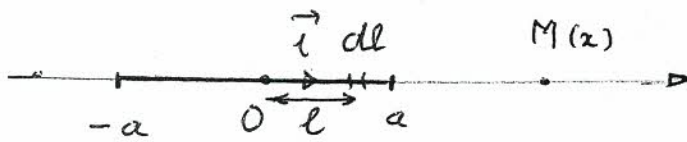
1- احسب الحقل والكمون الكهربائيين الناتجين عن هذا التوزيع في كل مناطق الفضاء.

2- نعتبر كرة مماثلة للكرة السابقة يوجد داخلها فراغ كروي الشكل مركزه O' ونصف قطره a ($2a < R$). احسب الحقل الكهربائي في نقطة M توجد داخل الفراغ.



تصحيح الامتحان الاستدراكي : فيزياء 02

تمرين 1 :



$$d\vec{E} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d\vec{l}M}{\|d\vec{l}M\|^3} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(x-l)}{(x-l)^3} \cdot \vec{i}$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dl}{(x-l)^2} \cdot \vec{i} \Rightarrow \vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \vec{i} \cdot \int_{-a}^a \frac{dl}{(x-l)^2}$$

يمكن أن نكمل بسهولة كما نرى التغيير التالي :

$$x = x-l \Rightarrow dx = -dl, \quad \begin{cases} x_1 = x+a & \text{حدود} \\ x_2 = x-a & \text{الكامل} \end{cases}$$

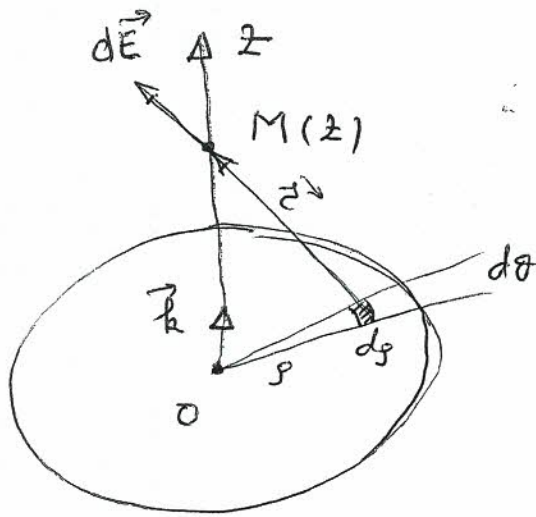
$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \vec{i} \cdot \int_{x+a}^{x-a} \frac{-dx}{x^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \vec{i} \cdot \left[\frac{1}{x} \right]_{x+a}^{x-a}$$

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2a}{x^2 - a^2} \cdot \vec{i}} \quad (1,5)$$

$$dV = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{x-l} \Rightarrow V(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{dl}{x-l} \quad (0,5)$$

$$V(M) = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[\ln(x-l) \right]_{-a}^a \quad (0,5)$$

$$\boxed{V(M) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{x+a}{x-a}\right)} \quad (1,5)$$



$$d\vec{E} = \frac{\sigma \cdot ds}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} \quad -1$$

$$\vec{r} = -r \cdot \vec{u}_r + z \vec{k}$$

$$ds = r dr d\theta$$

$$d\vec{E} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{-r^2 dr d\theta \vec{u}_r}{(r^2+z^2)^{3/2}} + \frac{\sigma \cdot z \cdot \vec{k} \cdot r dr d\theta}{(r^2+z^2)^{3/2}} \right]$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \left[- \iint \frac{r^2 dr d\theta \cdot \vec{u}_r}{(r^2+z^2)^{3/2}} + \frac{\sigma \cdot z \cdot \vec{k}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \iint \frac{r dr d\theta}{(r^2+z^2)^{3/2}} \right] \quad \text{--- (1)}$$

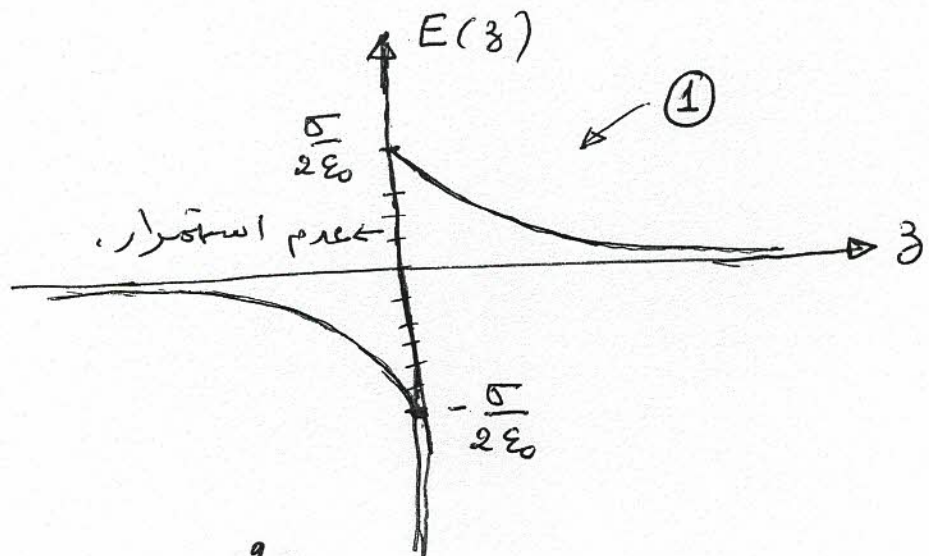
بسبب التناظر حول z $\parallel \vec{E}$

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma \cdot z \cdot \vec{k}}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_0^R \frac{r dr}{(r^2+z^2)^{3/2}} \times \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{(R^2+z^2)^{1/2}} \right] \times \vec{k} \quad \text{--- (1)}$$

$z \rightarrow -\infty \Rightarrow E(z) \rightarrow 0$ و $z \rightarrow +\infty \Rightarrow E(z) \rightarrow 0$. 2

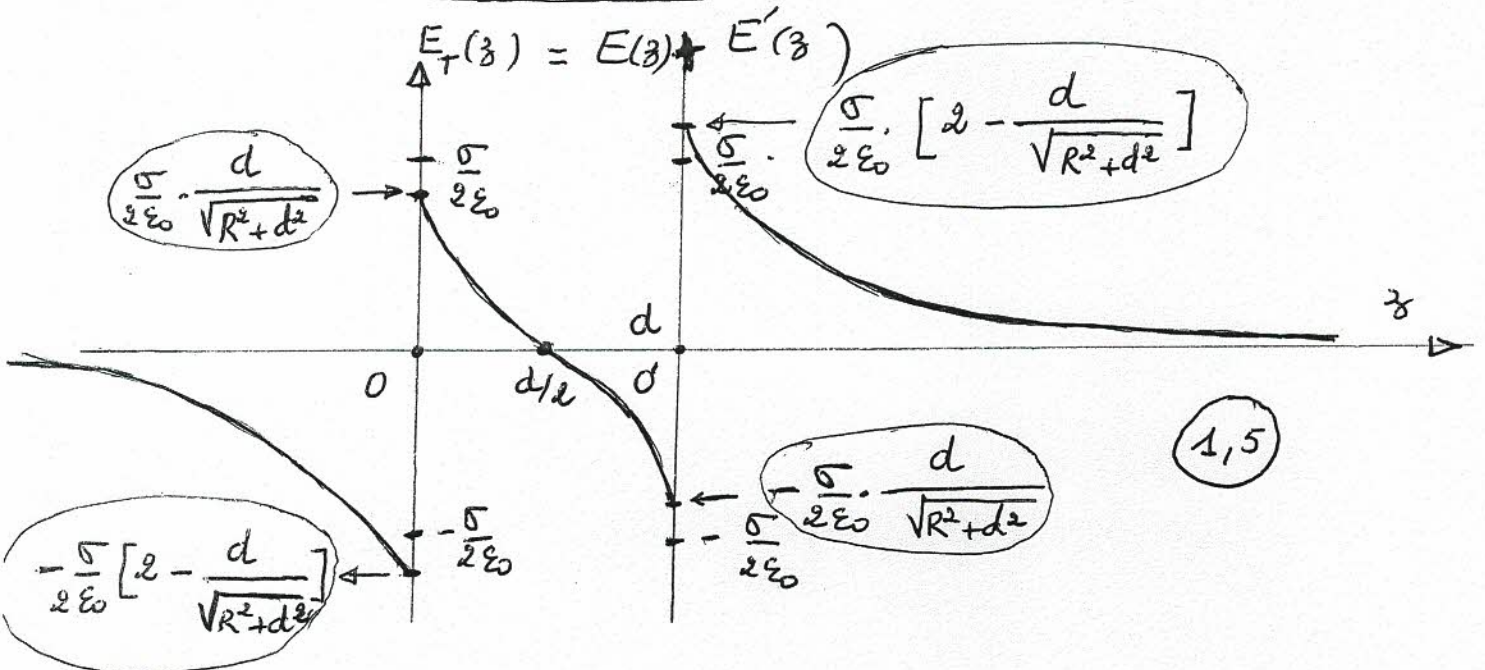
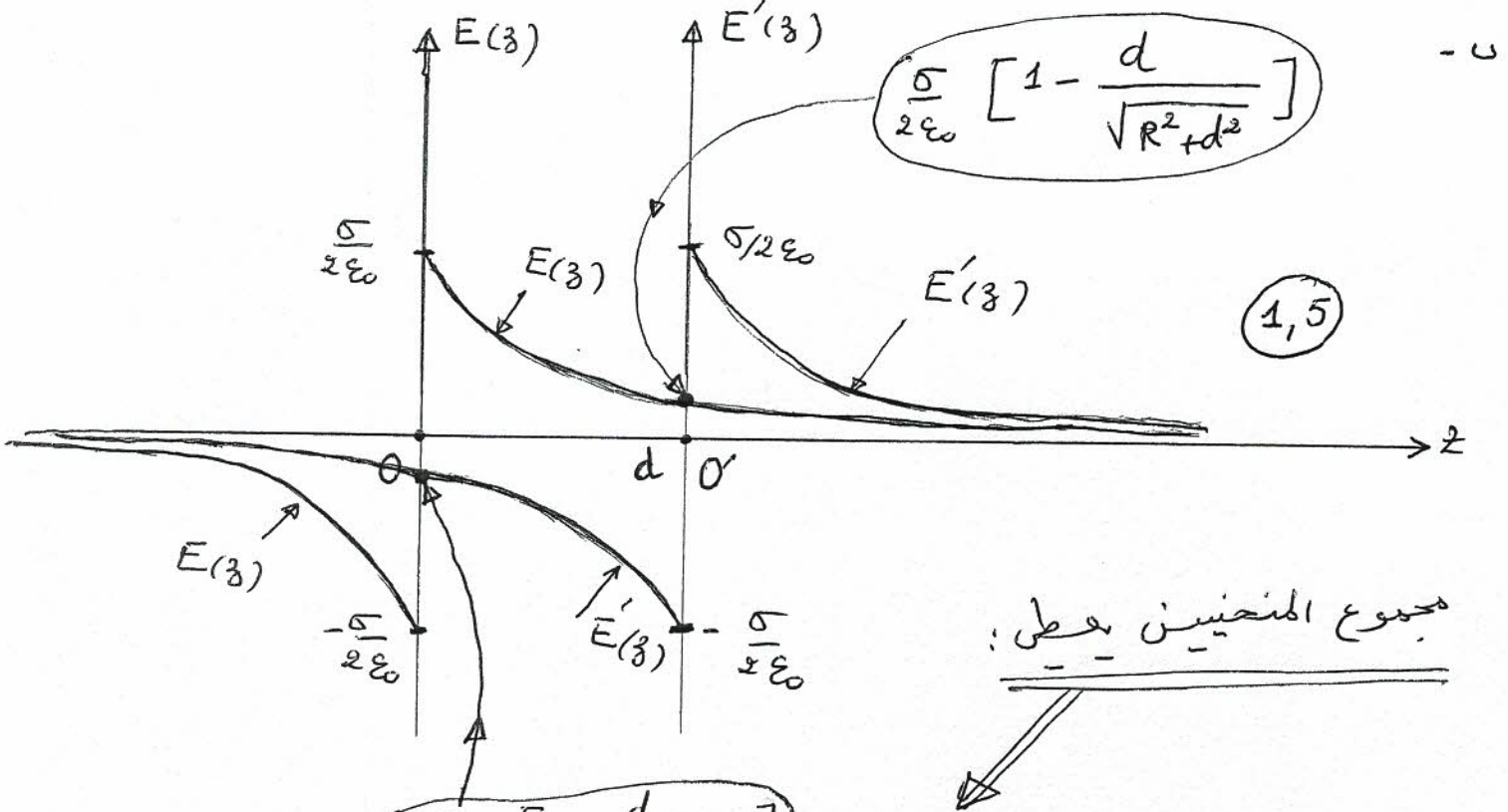
$z \rightarrow 0^- \Rightarrow E(z) \rightarrow -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ و $z \rightarrow 0^+ \Rightarrow E(z) \rightarrow \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$



3-2. تطبيق قانون التماثل نجد :

$$\vec{E}_T(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{(R^2+z^2)^{1/2}} \right] \vec{k} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z-d}{|z-d|} - \frac{z-d}{\sqrt{R^2+(z-d)^2}} \right] \vec{k}$$

$$\vec{E}_T(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{|z|} + \frac{(z-d)}{|z-d|} - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} - \frac{(z-d)}{\sqrt{R^2+(z-d)^2}} \right] \cdot \vec{k}$$



1- الحقل :

تناظر كروي للتوزيع الشحني :

$$\vec{E}(M) = E(r) \cdot \vec{u}_r$$

يمكن استعمال نظرية غاوس

حساب الحقل ونجد :

$$E_I \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{4\pi \rho \cdot r^3}{3\epsilon_0} \quad : r \leq R \quad I$$

$$\vec{E}_I(r) = \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot r \cdot \vec{u}_r \quad \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\vec{E}_{II}(r) = \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \frac{R^3}{r^2} \cdot \vec{u}_r$$

$\textcircled{1}$

$$E_{II}(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi \rho \cdot R^3}{3\epsilon_0} \quad : r > R \quad II$$

$$E(r) = -\frac{dV}{dr} \quad \leftarrow \quad \vec{E} = -\text{grad} V \quad \text{الكهون}$$

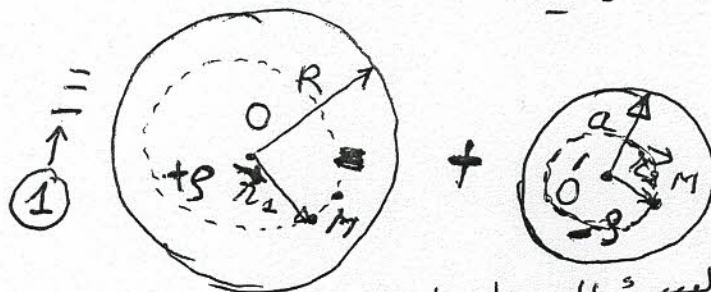
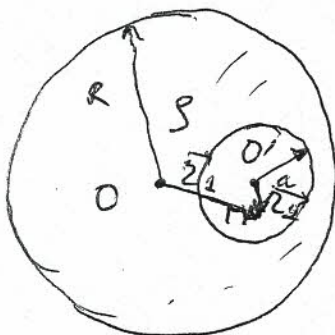
$$C_{II} = 0 \quad \leftarrow \quad V(\infty) = 0 \quad \text{مع} \quad V(r) = -\int E(r) dr = \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \frac{R^3}{r} + C_{II} \quad : r > R \quad II$$

$$V_{II}(r) = \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \frac{R^3}{r} \quad \leftarrow \textcircled{1}$$

$$C_I = \frac{1}{2\epsilon_0} \cdot \rho \cdot R^2 \quad \leftarrow \quad V_I(r=R) = V_{II}(r=R) \quad \text{مع} \quad V_I(r) = -\frac{1}{6\epsilon_0} \cdot \rho \cdot r^2 + C_I \quad : r < R \quad I$$

$$V_I(r) = -\frac{1}{6\epsilon_0} \cdot \rho \cdot r^2 + \frac{1}{2\epsilon_0} \cdot \rho \cdot R^2 \quad \leftarrow \textcircled{1}$$

2- حساب $\vec{E}(M)$ يكفي أن نلاحظ :



وباستعمال نتيجة السؤال السابق لنا : $r < R$:

$$\textcircled{1} \rightarrow \vec{E}(M) = \vec{E}(\rho) + (-\rho) = \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot r_1 \cdot \vec{u}_{r_1} - \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot r_2 \cdot \vec{u}_{r_2}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{3\epsilon_0} \rho [\vec{r}_1 - \vec{r}_2] = \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \vec{O_1 O_2} \quad (\vec{O_1 O_2} + \vec{r}_2 = \vec{r}_1)$$

$$\textcircled{1} \rightarrow \vec{E}(M) = \frac{1}{3\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \vec{O O'}$$

التمرين 01 (6 نقاط): سلك يشكل نصف دائرة نصف قطرها R ومركزها O ويحمل كثافة شحنة كهربائية خطية منتظمة و موجبة λ .

- 1- احسب الحقل الكهربائي في نقطة M تقع على المحور Oz العمودي على مستوي الدائرة وتوجد على مسافة z من المركز O . استنتج الحقل الكهربائي في O .
- 2- نكمل الحلقة الدائرية السابقة بسلك مماثل يملك نفس الكثافة الشحنة ولكن سالبة $-\lambda$. ما هو الحقل الكهربائي في M الناتج عن كل الحلقة. ما هو السطح المتساوي الكمون $V = 0$.
- 3- هل تحقق عبارة الحقل الكهربائي التي تحصلت عليها في السؤالين السابقين خصائص التناظر للتوزيع الشحني.

التمرين 02 (7 نقاط): لدينا كرة معدنية (ناقل كهربائي) محايدة نصف قطرها R ومركزها O ويوجد داخلها تجويفان كرويان واحد مركزه O_1 ونصف قطره R_1 والثاني مركزه O_2 ونصف قطره R_2 . ندخل عبر فتحتين صغيرتين الى التجويفين شحنة نقطية Q_1 نثبتها في المركز O_1 وشحنة نقطية Q_2 نثبتها في المركز O_2 . نأخذ Q_1 و Q_2 موجبتان.

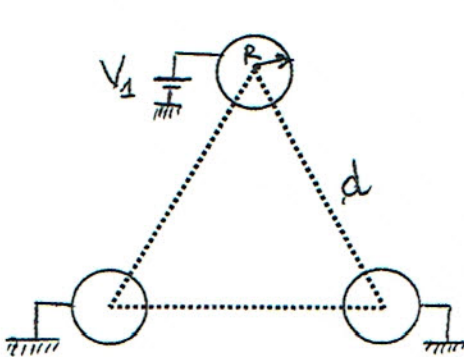
- 1- حدد حالة التوازن الجديدة للناقل الكهربائي.
- 2- اثبت أن الحقل الكهربائي داخل الناقل يحقق الخاصية: $\vec{E}_{int} = \vec{0}$.
- 3- احسب الحقل و الكمون الكهربائيان في كل مناطق الفضاء.

التمرين 03 (7 نقاط): نضع ثلاث كرات ناقلة متماثلة نصف قطر كل واحدة R بحيث يتطابق مركز كل كرة مع أحد رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه d . نربط واحدة من هذه الكرات بمولد يملك كمونا V_1 موجبا ($V_1 > 0$) والكرتين الباقيتين بالأرض ($V_2 = V_3 = 0$).

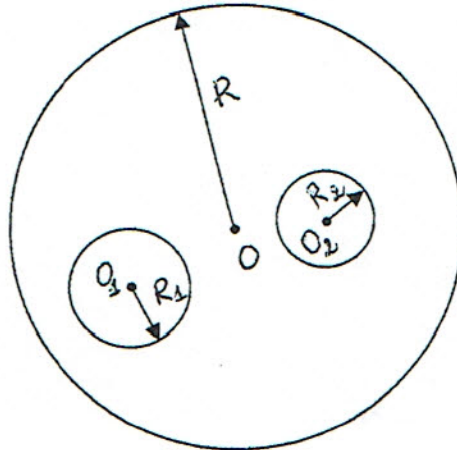
- 1- حدد طبيعة الشحن الكهربائية التي تظهر على كل كرة وارسم بشكل كفي خطوط الحقل الكهربائي الناتجة عن حالة التوازن الجديدة.
- 2- في حالة هذه المجموعة من النواقل لدينا جميع معاملات السعة C_{ij} متساوية وجميع معاملات التأثير C_{ij} متساوية. لماذا؟
- 3- أكتب العلاقات التي تربط بين هذه المعاملات وحالة التوازن.
- 4- عندما يكون $d \gg R$ ، اعط عبارة الكمون الكهربائي لكل كرة بدلالة الشحن الكهربائية الخاصة بحالة التوازن والمعطيات الهندسية للمشكلة ثم بين من دون حساب كيف تجد معاملات التأثير C_{ij} و C_{ij} .
- 5- تمكن طالب من حساب C_{11} و C_{12} فوجد:

$$C_{11} = \frac{C \cdot C_d (C + C_d)}{C(C + C_d) - 2C^2} \quad \text{و} \quad C_{12} = \frac{-C^2 \cdot C_d}{C(C + C_d) - 2C^2} \quad \text{حيث} \quad C = 4\epsilon_0 R$$

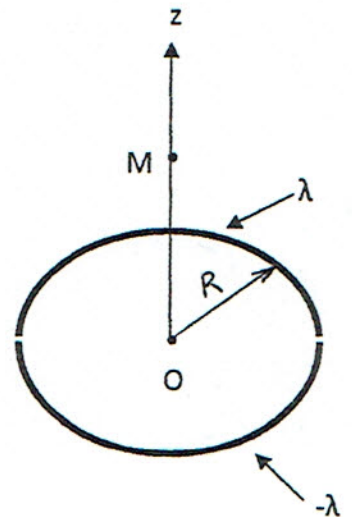
$C_d = 4\pi\epsilon_0 d$. هل يمكن قبول هذه النتيجة؟ لا تنس أن تبرر ذلك.



الشكل 3: التمرين 03



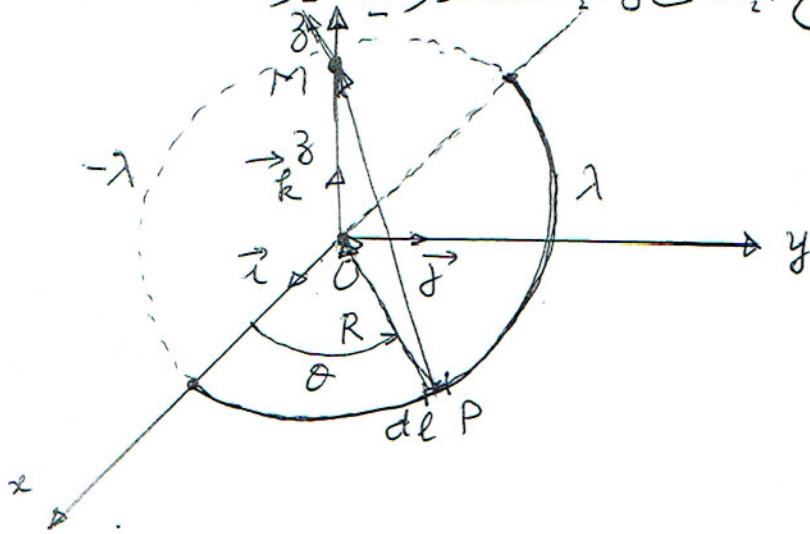
الشكل 2: التمرين 02



الشكل 1: التمرين 01

تصحيح الامتحان الاستدراكي فيزياء 02

التمرين 01 :



1- حساب $\vec{E}_\lambda(M)$:

$$d\vec{E}_\lambda = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{PM}}{|\vec{PM}|^3}, \quad dl = R d\theta, \quad \vec{PM} = -R\vec{u}_r + z\vec{k}$$

$$d\vec{E}_\lambda = \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{-R\vec{u}_r + z\vec{k}}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \right] \leftarrow (0,5)$$

$$d\vec{E}_\lambda = \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \left[-R d\theta \cdot \vec{u}_r + z d\theta \vec{k} \right]$$

$$\vec{E}(M) = \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \left[-R \int_0^\pi d\theta \cdot \vec{u}_r + z \cdot \vec{k} \cdot \int_0^\pi d\theta \right] (0,5)$$

لنينا $\vec{u}_r = \cos\theta \cdot \vec{i} + \sin\theta \cdot \vec{j}$

$$\int_0^\pi \vec{u}_r d\theta = \vec{i} \int_0^\pi \cos\theta d\theta + \vec{j} \int_0^\pi \sin\theta d\theta$$

$$= \vec{i} [\sin\theta]_0^\pi - \vec{j} [\cos\theta]_0^\pi = 2\vec{j} \leftarrow (0,5)$$

$$\vec{E}_\lambda(M) = \frac{\lambda \cdot R}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \left[-2R\vec{j} + \pi z \vec{k} \right] \leftarrow (0,5)$$

$$\vec{E}_{-\lambda}(M) = \frac{-\lambda R}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \left[-R \int_\pi^{2\pi} d\theta \vec{u}_r + z \cdot \vec{k} \cdot \int_\pi^{2\pi} d\theta \right] (0,5)$$

$$\int_\pi^{2\pi} d\theta \cdot \vec{u}_r = \vec{i} [\sin\theta]_\pi^{2\pi} - \vec{j} [\cos\theta]_\pi^{2\pi} = -2\vec{j} (0,5)$$

$$\vec{E}_{-\lambda}(M) = \frac{-\lambda R}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}} \left[2R\vec{j} + \pi \cdot z \cdot \vec{k} \right] (0,5)$$

- 1 -

$$\vec{E}(M) = \vec{E}'_{\lambda}(M) + \vec{E}'_{-\lambda}(M) = \frac{-4\lambda R^2}{4\pi\epsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}} \cdot \vec{j} \quad (0.5)$$

بما أن المستوى $(0x, 0z)$ هو مستوى عكس تناظر فإنه

يمثل السطح المتساوي الكهون $V=0$ (0.5)

$$\vec{E}'_{\lambda}(0) = \frac{-2\lambda R^2}{4\pi\epsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}} \cdot \vec{j} \quad (0.5)$$

* تتبع السؤال 1 :

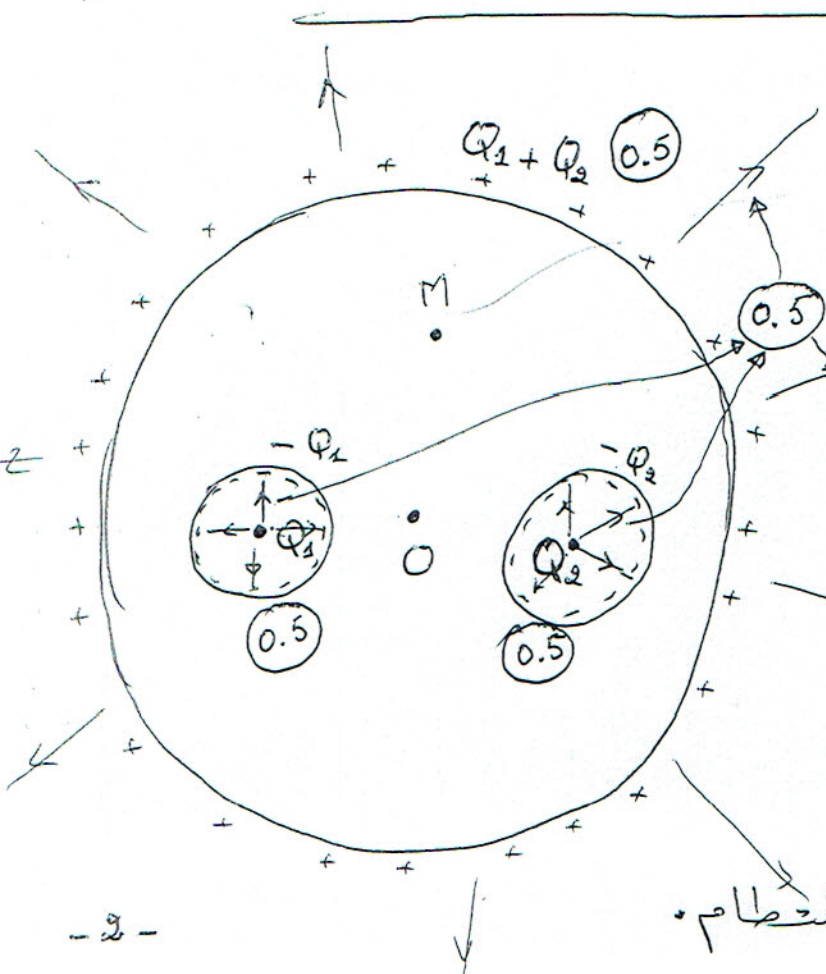
3 - في حالة $\vec{E}'_{\lambda}(M)$ (نصف حلقة مشحونة ب λ) فإن المستوى $(0y, 0z)$ هو مستوى تناظر و بما أن M تنتمي

إلى هذا المستوى فإن $\vec{E}'_{\lambda}(M)$ تنتمي إلى مستوى التناظر، والشعاع $\vec{E}'_{\lambda}(M)$ يحقق ذلك (0.5) .

في حالة جميع الحلقة $(\vec{E}'_{\lambda} + \vec{E}'_{-\lambda})$ فإن المستوى $(0x, 0z)$ هو مستوى عكس تناظر أي

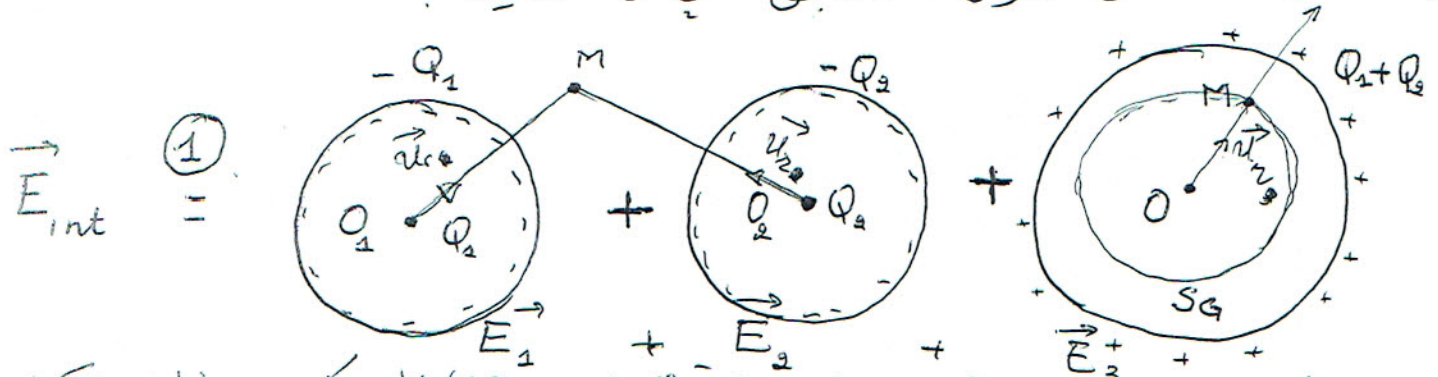
يملك مركبة في الاتجاه \vec{j} فقط و الشعاع $\vec{E}(M)$ عمودي عليه أي $\vec{E}(M)$ يحقق ذلك (0.5) .

التمرين الثاني :



1 - بسبب التأثير الكلي بين Q_1 و Q_2 و سطوح التجويفين فإنه يظهر عليهما شحنتان $-Q_2$ و Q_1 - موزعتان بانتظام لأن Q_1 و Q_2 يوجدان في مركز التجويفين و بما أن الناقل كان محايداً ابتداءً فإن شحنته الكلية تبقى معدومة مما يؤدي إلى ظهور شحنة $Q_1 + Q_2$ على سطحه الخارجي موزعة بانتظام.

2- باستعمال قانون التطابق فإنه لدينا :



بما أن جميع التوزيعات الشحنية تملك تناظر كروي فإنه يمكن تطبيق نظرية غوس على نقطة M توجد داخل الناقل و خارج التجويفين . ففي الحالات الثلاثة لدينا $Q_{int} = 0$ \Rightarrow $E_{int} = \vec{0}$ وبالتالي (وبالنتيجة داخل سطح غوس)

3- الحقل والكمون في كل مناطق الفضاء : زيادة على المنطقة التي توجد داخل الناقل توجد ثلاث مناطق أخرى هي : I - داخل التجويف Q_1 II - داخل التجويف Q_2 . III - خارج الناقل : IV - داخل الناقل

I - $0 < r < R_1$: بتطبيق نظرية غوس : $E_I = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$ (0.5)

II - $0 < r < R_2$: $E_{II} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$ (0.5)

III - $r > R$: $E_{III} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$ (0.5)

IV : داخل الناقل : $E_{IV} = \vec{0}$ وقد تم البرهان على ذلك في السؤال السابق .

من العلاقة $\vec{E} = -\text{grad } V = -\frac{dV}{dr} \cdot \vec{u}_r$ نجد : $dV = -E(r) \cdot dr$

$V_I = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + C_I$ (0.25)

$V_{II} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r} + C_{II}$ (0.25)

$V_{III} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r} + C_{III}$ (0.25) , $V_{IV} = C_{IV}$ (0.25)

تحديد ثوابت الكون : لا توجد شحن في $\infty \Rightarrow V(\infty) = 0$

$$V_{III} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \Leftarrow C_{III} = 0 \leftarrow (0.25)$$

خاصية استمرار الكون تعطينا : $C_{IV} = V_{III} (r = R)$

$$V_{IV} = C_{IV} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (0.25)$$

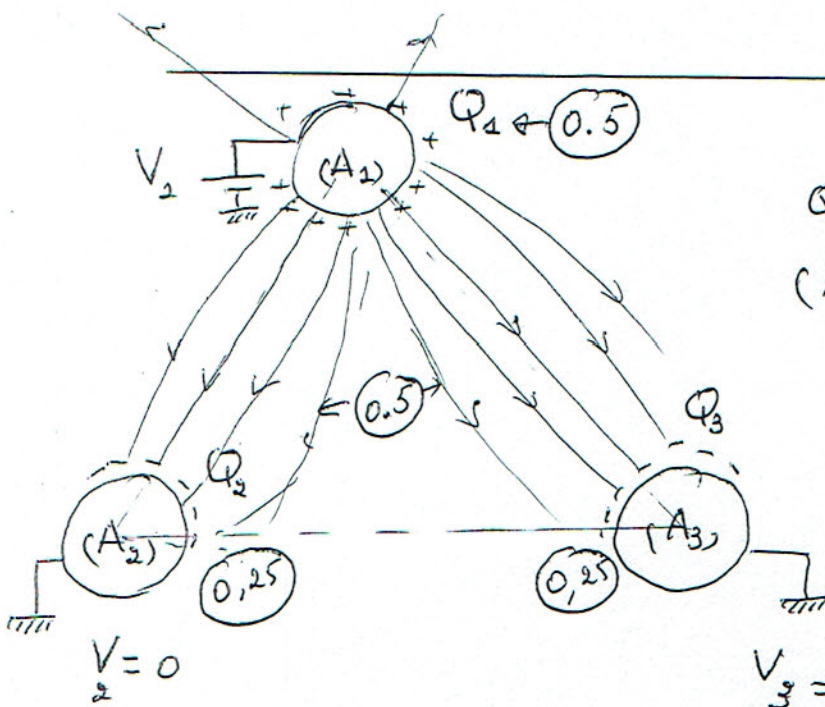
وبما أن الكون ثابت داخل الناقل $\Leftarrow V_I (r = R_1) = V_{IV}$

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + C_I = V_{IV} = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$C_I = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} \leftarrow (0.5)$$

$$V_I = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right] + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$V_{II} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2} \right] + \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R} \quad \text{وتقس الشيء نجد :}$$



التمرين 3 :

1- كون الناقل (A_1) $V_1 > 0 \Rightarrow Q_1 > 0$
التأثير الجزئي بين (A_1) و (A_2)

و (A_1) و (A_3) يؤدي
إلى ظهور شحن سالبة من
جهة الناقل (A_2) إذن :

$$Q_2 < 0 \quad \text{و} \quad Q_3 < 0$$

2. C_{ii} متساوية وكذلك جميع C_{ij} . نرجع إلى كون

النواقل متماثلة وتوجد على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع $\textcircled{1}$
 فأي تغيير للنواقل فيما بينها لا يؤدي إلى أي تغيير في هندسة
 الفضاء. $C_{11} = C_{22} = C_{33}$ و $C_{12} = C_{13} = C_{23}$

$$\begin{cases} \varphi_1 = C_{11} V_1 + C_{12} V_2 + C_{13} V_3 \\ \varphi_2 = C_{21} V_1 + C_{22} V_2 + C_{23} V_3 \\ \varphi_3 = C_{31} V_1 + C_{32} V_2 + C_{33} V_3 \end{cases} \quad - 3$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = C_{11} V_1 \\ \varphi_2 = C_{21} V_1 \text{ أو } \textcircled{1} \\ \varphi_3 = C_{31} V_1 \end{cases} \quad \leftarrow \text{وبما أن } V_2 = V_3 = 0$$

$$V_1 = V_1(O_1) = \frac{\varphi_1}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{\varphi_2}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{\varphi_3}{4\pi\epsilon_0 d} \quad \textcircled{0.5} : \underline{d \gg R} \quad - 4$$

لأن $d - R \approx d$ ويمكن إخذ اعتبار φ_2 و φ_3 و كما أيضا يوجد ان
 على مسافة d من O_1 مذكر الناقل المربوط بالمحول.

$$V_2(O_2) = 0 = \frac{\varphi_2}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{\varphi_1}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{\varphi_3}{4\pi\epsilon_0 d} \quad \textcircled{0.5}$$

$$V_3(O_3) = 0 = \frac{\varphi_3}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{\varphi_1}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{\varphi_2}{4\pi\epsilon_0 d} \quad \textcircled{0.5}$$

من معادلات V_1 و V_2 و V_3 يمكن أن نستنتج φ_1 و φ_2 و φ_3 $\textcircled{0.5}$
 ثم نطابقها مع معادلات السؤال السابق لنحصل على C_{11} و C_{12} و C_{13} و C_{21} و C_{22} و C_{23} و C_{31} و C_{32} و C_{33} .

5- نعم، يمكن قبول حسابات C_{11} و C_{12} لأن $C_{11} > 0$ $\textcircled{0.25}$ و $C_{12} < 0$ و $C_{13} < 0$ $\textcircled{0.25}$ و $C_{11} > (C_{12} + C_{13})$ $\textcircled{0.25}$. للتأكد من ذلك

$$c(c + cd) - 2c^2 > 0 \Leftrightarrow cd > c \quad \text{يكفي أن نلاحظ أن:}$$

$$\textcircled{0.25}$$

التمرين 1 (6 نقاط) : في المستوي (\vec{Ox}, \vec{Oy}) نثبت شحنتان نقطيتان موجبتان ومتساويتان $+Q$ واحدة في النقطة $A(0, a)$ والثانية في $B(0, -a)$.

- 1- أعط شعاع الحقل والكمون في المبدأ O .
- 2- أعط شعاع الحقل والكمون في النقطة $M(x, 0)$. أعط شعاع الحقل في $M'(-x, 0)$.
- 3- مثل شعاع الحقل في النقاط: $M_1(0, \frac{3a}{2})$ ، $M_2(0, \frac{-3a}{2})$ ، $M_3(0, \frac{a}{2})$ و $M_4(0, \frac{-a}{2})$.
- 4- نضع شحنة سالبة قابلة للحركة $-Q$ في $M(x, 0)$ ، ماذا يحدث لها؟ ما هو عمل القوة المحركة لهذه الشحنة.

التمرين 2 (6 نقاط) : 1- في المستوي (\vec{Ox}, \vec{Oy}) لدينا سلك نصف دائري مركزه O ونصف قطره R يوجد في الجهة الموجبة للمحور \vec{Oy} ومشحون بكثافة خطية منتظمة سالبة $-\lambda$. احسب شعاع الحقل والكمون في O .

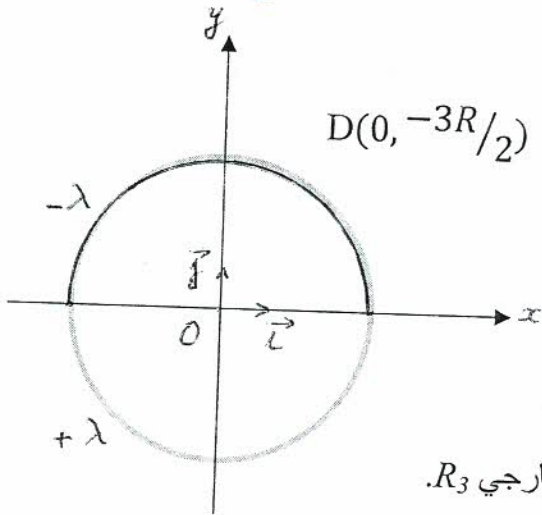
2- نكمل الدائرة السابقة بسلك يحمل كثافة موجبة $+\lambda$.

1- أعط شعاع الحقل والكمون الجديدين في O .

ب- نعتبر النقاط: $A(R/2, 0)$ ، $B(-R/2, 0)$ ، $C(0, 3R/2)$ ، $D(0, -3R/2)$.

1- كم يساوي الكمون في A و B ؟ قارن $V(D)$ و $V(C)$.

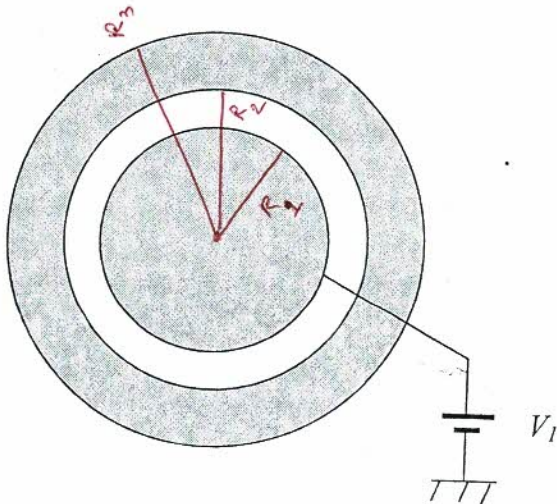
1- مثل شعاع الحقل الكهربائي في النقاط: A, B, C, D .



التمرين 3 (8 نقاط) : نعتبر ناقل كهربائي كروي مركزه O ونصف قطره R_1

يحيط به ناقل كهربائي آخر، له نفس المركز O ، نصف قطره الداخلي R_2 والخارجي R_3 .

في البداية، الناقلان يوجدان في حالة حياد كهربائي ثم نضع الناقل الداخلي عند كمون موجب V_1 .



1- حدد حالة التوازن الكهربائي لمجموعة الناقلين.

2- اوجد شعاع الحقل الكهربائي في كل مناطق الفضاء.

3- استنتج الكمون V_2 للناقل الخارجي.

4- استنتج السعة الكهربائية للمكتفة الكروية.

التمرين 1 (6 نقاط) : في المستوي (\vec{Ox}, \vec{Oy}) نثبت شحنتان نقطيتان موجبتان ومتساويتان $+Q$ واحدة في النقطة $A(0, a)$ والثانية في $B(0, -a)$.

- 1- أعط شعاع الحقل والكمون في المبدأ O .
- 2- أعط شعاع الحقل والكمون في النقطة $M(x, 0)$. أعط شعاع الحقل في $M'(-x, 0)$.
- 3- مثل شعاع الحقل في النقاط : $M_1(0, \frac{3a}{2})$ ، $M_2(0, \frac{-3a}{2})$ ، $M_3(0, \frac{a}{2})$ و $M_4(0, \frac{-a}{2})$.
- 4- نضع شحنة سالبة قابلة للحركة $-Q$ في $M(x, 0)$ ، ماذا يحدث لها ؟ ما هو عمل القوة المحركة لهذه الشحنة.

التمرين 2 (6 نقاط) : 1- في المستوي (\vec{Ox}, \vec{Oy}) لدينا سلك نصف دائري مركزه O ونصف قطره R يوجد في الجهة الموجبة للمحور \vec{Oy} ومشحون بكثافة خطية منتظمة سالبة λ - احسب شعاع الحقل والكمون في O .

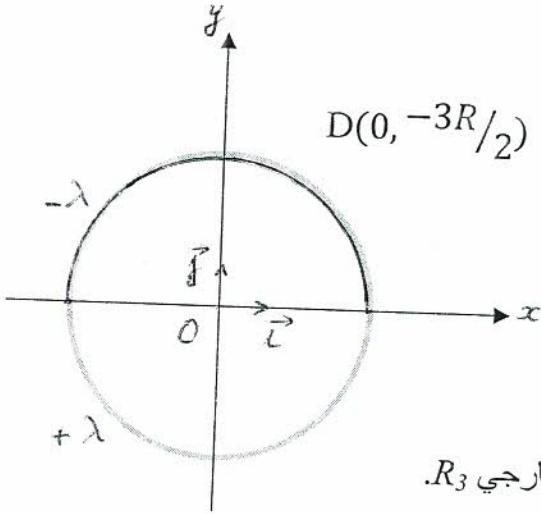
2- نكمل الدائرة السابقة بسلك يحمل كثافة موجبة $+\lambda$.

أ- أعط شعاع الحقل والكمون الجديدين في O .

ب- نعتبر النقاط : $A(R/2, 0)$ ، $B(-R/2, 0)$ ، $C(0, 3R/2)$ ، $D(0, -3R/2)$.

• كم يساوي الكمون في A و B ؟ قارن $V(D)$ و $V(C)$.

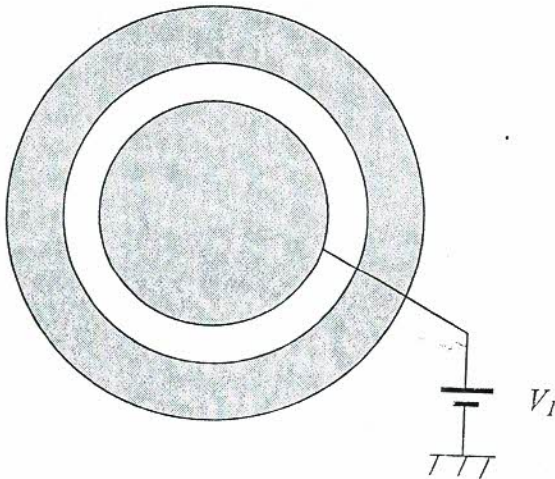
• مثل شعاع الحقل الكهربائي في النقاط : D, C, B, A .



التمرين 3 (8 نقاط) : نعتبر ناقل كهربائي كروي مركزه O ونصف قطره R_1

يحيط به ناقل كهربائي آخر، له نفس المركز O ، نصف قطره الداخلي R_2 والخارجي R_3 .

في البداية، الناقلان يوجدان في حالة حياد كهربائي ثم نضع الناقل الداخلي عند كمون موجب V_1 .



1- حدد حالة التوازن الكهربائي لمجموعة الناقلين.

2- اوجد شعاع الحقل الكهربائي في كل مناطق الفضاء.

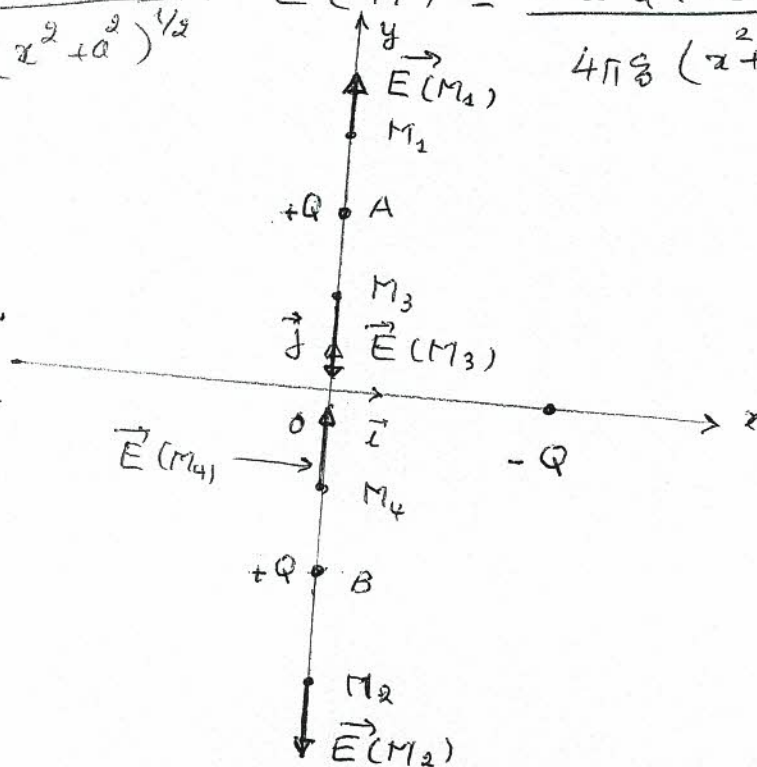
3- استنتج الكمون V_2 للناقل الخارجي.

4- استنتج السعة الكهربائية للمكثفة الكروية.

$$V(0) = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{a} \quad , \quad \vec{E}(0) = \vec{0} \quad - 1$$

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{AM}}{\|\vec{AM}\|^3} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{BM}}{\|\vec{BM}\|^3} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{OM}}{\|\vec{AM}\|^3} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{i}}{(x^2+a^2)^{3/2}} \quad - 2$$

$$V(M) = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}} \quad , \quad \vec{E}(M) = \frac{-2Q \cdot x \vec{i}}{4\pi\epsilon_0 (x^2+a^2)^{3/2}}$$



4 - الشحنة $-Q$ تؤثر عليها قوة $\vec{F} = -Q \vec{E}(M)$ تدفعها نحو النقطة O حيث $\vec{E}(0) = \vec{0}$ أي حركة على \vec{x} توجهها دائما إلى O .

عمل القوة \vec{F} هو $W(\vec{F}) = -Q[V(M) - V(0)]$ مع $M \rightarrow 0$

$$W(\vec{F})_{M \rightarrow 0} = \frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}} \right]$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \vec{u}_2$$

-1 : لترین 2

$$\vec{u}_2 = \cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}, \quad dl = R d\theta$$

$$d\vec{E} = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 R^2} [\cos\theta \vec{i} + \sin\theta \vec{j}]$$

$$= \frac{\lambda R}{4\pi\epsilon_0 R^2} [\cos\theta \cdot d\theta \vec{i} + \sin\theta \cdot d\theta \vec{j}]$$

$$\vec{E}(0) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\vec{i} \int_0^\pi \cos\theta d\theta + \vec{j} \int_0^\pi \sin\theta d\theta \right]$$

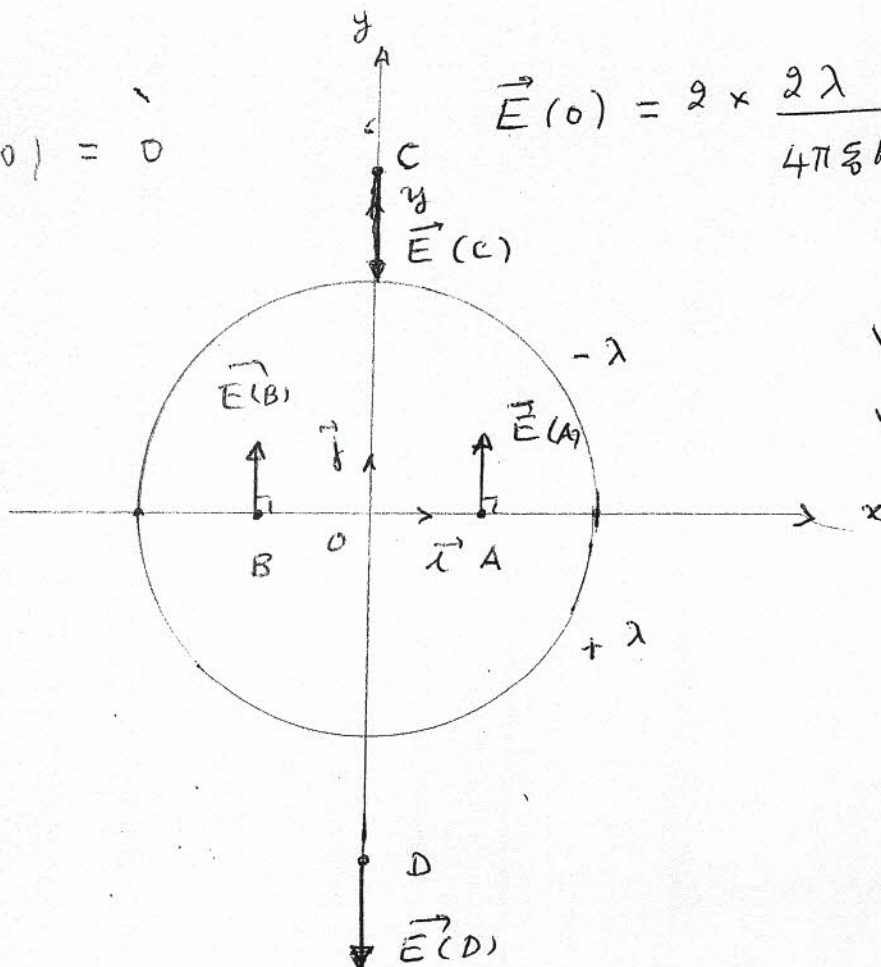
$$\vec{E}(0) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\sin\theta \Big|_0^\pi \cdot \vec{i} + \left[-\cos\theta \right]_0^\pi \cdot \vec{j} \right]$$

$$\vec{E}(0) = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \vec{j}$$

$$V(0) = \frac{-\lambda \cdot \pi R}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{\lambda}{4\epsilon_0}$$

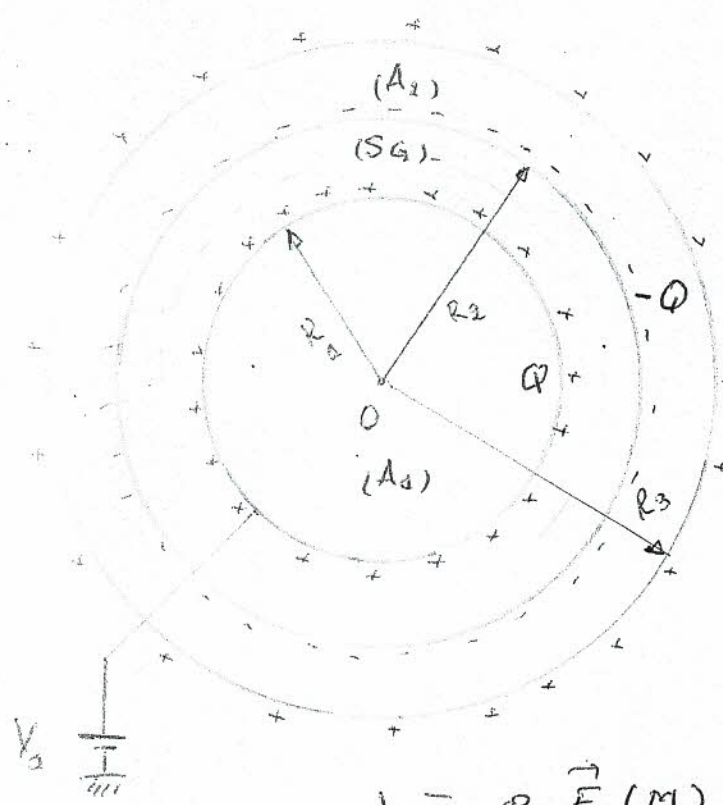
$$V(0) = 0$$

$$\vec{E}(0) = 2 \times \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \vec{j} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0 R} \vec{j} \cdot R = 2$$



$$V(A) = V(B) = 0$$

$$V(C) = -V(D)$$



1- تظهر على سطح الناقل (A1) شحنة +Q موزعة بانتظام على السطح الداخلي للناقل
 وعلى السطح الداخلي للناقل (A2) شحنة -Q موزعة بانتظام
 وعلى السطح الخارجي شحنة +Q موزعة بانتظام.

2- بما أن الشحنة موزعة على

السطح بانتظام فإن الحقل $\vec{E}(M)$ هو قطري ويمكن استعمال نظرية غوس لحساب $\vec{E}(M)$

$r < R_1$: $\vec{E}_1(M) = \vec{0}$ لأن الحقل داخل معدوم أو $Q_{int} = 0$

$$\oiint_{(S_1)} \vec{E} d\vec{S} = E \cdot S_1 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$$

$R_1 < r < R_2$

$\vec{E}_2(M) = \vec{0}$ لأن M داخل الناقل (A2) أو $Q_{int} = -Q + Q = 0$

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$$

$$\leftarrow \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad ; \quad \underline{r > R_3}$$

3- إذا كان V_1 هو كمون الناقل (A1) و V_2 هو كمون الناقل (A2) لدينا

$$dV = -\vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot dr \cdot \vec{u}_r \cdot \vec{u}_r$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot dr \Rightarrow \int_{V_2}^{V_1} dV = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r^2}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{R_2}^{R_1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right] \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right] + V_2$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_1 + V_2} \Rightarrow C = 4\pi\epsilon_0 \cdot R_1 R_2 / (R_2 - R_1) \quad - 4$$